Por qué así

TEMARIO DESARROLLADO

Física

Los 18 temas de Física de la oposición a Meteorólogos del Estado (A1), desarrollados

Muestra gratuita · primeras 25 de 349 páginas

Juan Carlos del Río

Temario de Física de la oposición al Cuerpo Superior de Meteorólogos del Estado (A1)
porqueasi.com · noviembre de 2026

Material de estudio elaborado de forma independiente a partir del temario. No es material oficial del organismo convocante ni de ninguna Administración, ni está avalado por ellos. Elaborado por el autor con ayuda de herramientas de inteligencia artificial; si encuentras un error, escribe a hola@porqueasi.com.

Contents

1. Tema 1: Mecánica del punto material **17**

1. Sistemas de referencia. Vectores posición, velocidad y aceleración. 17
   - 1.1. El Espacio Afín y el Sistema de Referencia 17
   - 1.2. El Vector Posición 17
   - 1.3. El Vector Velocidad 18
   - 1.4. El Vector Aceleración 19
   - 1.5. Cuadro Comparativo de Representaciones Cinemáticas 19
   - 1.6. Derivación Temporal de Vectores en Referenciales Móviles 19
   - 1.7. Ejemplo Práctico Detallado: Trayectoria en una Espiral Cónica 20
   - 1.8. Consideraciones sobre la Diferenciabilidad y Continuidad 20
   - 1.9. Transformaciones entre Sistemas de Referencia en Movimiento Relativo 21
   - 1.10. Resumen de Relaciones cinemáticas 21
   - 1.11. Aplicaciones en Ingeniería y Geofísica 21
   - 1.12. Conclusión de la Sección 22
2. Componentes intrínsecas de la aceleración y movimiento relativo. 22
   - 2.1. Descripción Intrínseca del Movimiento: El Triedro de Frenet-Serret 22
   - 2.2. Cinemática del Movimiento Relativo 23
   - 2.3. Comparativa de Marcos de Referencia y Componentes 24
   - 2.4. Profundización en la Aceleración de Coriolis 24
   - 2.5. El Radio de Curvatura en Trayectorias Generales 26
   - 2.6. Cinemática del Sólido Rígido como Marco de Referencia 26
   - 2.7. Efectos de la Rotación Terrestre: Un Enfoque Práctico 26
   - 2.8. Resumen de Expresiones Analíticas 27
   - 2.9. Consideraciones sobre la Torsión y el Movimiento Alabeado 27
   - 2.10. Conclusión de la Sección 27
3. Leyes de Newton. Momento lineal y angular. 27
   - 3.1. El Marco Axiomático de la Mecánica Newtoniana 28
   - 3.2. Momento Lineal e Impulso 29
   - 3.3. Momento Angular de un Punto Material 29
   - 3.4. Sistemas de Referencia No Inerciales y Fuerzas de Inercia 30
   - 3.5. Ejemplo Detallado: Dinámica de una partícula en un campo de fuerza dependiente del tiempo y del momento 31
   - 3.6. Relación entre Symmetries y Leyes de Conservación 32
   - 3.7. Resumen Comparativo de Magnitudes Lineales y Angulares 32
   - 3.8. Consideraciones sobre el Momento Angular en Sistemas de Referencia en Movimiento 33
   - 3.9. Línea del Tiempo del Desarrollo de la Dinámica Clásica 33
   - 3.10. El Papel de la Masa en la Segunda Ley 33
   - 3.11. Conclusión de la Sección 34
4. Trabajo y energía. Conservación de la energía mecánica. 34
   - 4.1. Definición Formal de Trabajo Mecánico 34
   - 4.2. Teorema de la Energía Cinética (Teorema de las Fuerzas Vivas) 35
   - 4.3. Potencia Mecánica 35
   - 4.4. Campos de Fuerzas Conservativos y Energía Potencial 36
   - 4.5. Conservación de la Energía Mecánica 36
   - 4.6. Análisis de Estabilidad y Pozos de Potencial 37

4.7. Cuadros Comparativos y Resumen Estructural . . . 38
4.8. Consideraciones Avanzadas: Relación con la Invarianza Temporal . . . 38
4.9. Disipación de Energía y Entropía (Breve incursión) . . . 39
4.10. Ejercicios de Profundización Teórica . . . 39
4.11. Conclusión de la Sección . . . 39
5. Fuerzas conservativas y no conservativas. Disipación de energía. . . . 39
5.1. Caracterización Matemática de las Fuerzas Conservativas . . . 39
5.2. Fuerzas No Conservativas y Disipación . . . 41
5.3. El Balance Energético Generalizado . . . 42
5.4. Cuadro Comparativo: Fuerzas Conservativas vs. No Conservativas . . . 42
5.5. Análisis Detallado de un Sistema Disipativo . . . 42
5.6. Campos Solenoidales y Fuerzas Giroscópicas . . . 44
5.7. Topología y Conservación: El papel de los dominios . . . 45
5.8. Línea de Tiempo del Desarrollo Conceptual de la Energía . . . 45
5.9. Resumen de Aplicación Práctica . . . 45

2. Tema 2: Sistemas de partículas y sólido rígido **47**
1. Centro de masas y conservación del momento lineal. . . . 47
1.1. Definición y Propiedades del Centro de Masas . . . 47
1.2. Dinámica de un Sistema de Partículas . . . 48
1.3. Momento Lineal y su Conservación . . . 49
1.4. El Sistema de Referencia del Centro de Masas (Sistema-C) . . . 49
1.5. Sistemas de Masa Variable: El Problema del Cohete . . . 50
1.6. Momento Lineal en Medios Continuos y Sólidos Rígidos . . . 50
1.7. Consideraciones sobre la Energía en Relación al CM . . . 51
1.8. Resumen de la Evolución Temporal de un Sistema . . . 51
1.9. El Principio de Impulso y Momento Lineal para Sistemas . . . 52
1.10. Implicaciones en la Mecánica de Fluidos y Medios Continuos . . . 53
1.11. Conclusión de la Sección . . . 53
2. Colisiones y momento angular. . . . 53
2.1. Fundamentos del Momento Angular en Sistemas Multicuerpo . . . 53
2.2. Dinámica Impulsiva y Conservación del Momento Angular . . . 54
2.3. El Tensor de Inercia y Colisiones en Tres Dimensiones . . . 54
2.4. El Centro de Percusión . . . 54
2.5. Energía en Colisiones con Rotación . . . 55
2.6. Análisis de Casos Especiales y Analogías . . . 55
2.7. Colisiones Excéntricas y el Coeficiente de Restituciones de Poisson . . . 56
2.8. Efecto de la Distribución de Masa en la Estabilidad Post-Colisión . . . 57
2.9. Formalismo Lagrangiano para Impactos con Ligaduras . . . 57
2.10. Resumen de Procedimiento para la Resolución de Problemas Complejos . . . 57
2.11. Cuadro Comparativo: Tipos de Colisiones y sus Invariantes . . . 58
3. Energía cinética y conservación de la energía. . . . 58
3.1. Teoremas de König y la Estructura de la Energía Cinética . . . 58
3.2. El Trabajo en Sistemas de Partículas: Fuerzas Internas y Rigidez . . . 59
3.3. Conservación de la Energía y Potenciales de Interacción . . . 60
3.4. Resumen de Magnitudes y Leyes de Conservación . . . 60
3.5. Análisis Energético de Sistemas con Ligaduras . . . 61
3.6. Disipación de Energía y Procesos Irreversibles . . . 62
3.7. Energía en Sistemas de Masa Variable . . . 63
3.8. Consideraciones sobre la Estabilidad del Equilibrio . . . 63
3.9. Evolución Histórica y Epistemológica del Concepto de Energía . . . 63
3.10. Conclusión de la Sección . . . 63
4. Momento de inercia y aplicaciones al sólido rígido. . . . 64
4.1. El Tensor de Inercia: Definición y Justificación Operacional . . . 64
4.2. Energía Cinética de Rotación y el Elipsoide de Inercia . . . 65
4.3. Teoremas de Transporte: Steiner y la Rotación de Ejes . . . 65
4.4. Propiedades de Simetría y Simplificación del Cálculo . . . 66
4.5. Ecuaciones de Euler para la Dinámica de Rotación . . . 66

4.6. Cuadros Comparativos y Resúmenes Conceptuales . . . 67
4.7. Aplicación Práctica: Análisis de un Sistema Complejo . . . 67
4.8. El Impacto de la No-Diagonalidad: Desequilibrio Estático y Dinámico . . . 68
4.9. Dinámica del Sólido Rígido con un Punto Fijo: El Trompo Simétrico . . . 69
4.10. Rodadura sin Deslizamiento: Aplicación de la Conservación de Energía . . . 69
4.11. Consideraciones sobre la No-Rigidez y Sistemas Deformables . . . 69
4.12. Resumen de Fórmulas Clave . . . 70

3. Tema 3: Gravitación **71**
1. Ley de gravitación universal y campos gravitatorios. . . . 71
1.1. La Síntesis Newtoniana: De la Fenomenología a la Ley Universal . . . 71
1.2. El Concepto de Campo Gravitatorio: La Superación de la Acción a Distancia . . . 72
1.3. Campos Gravitatorios de Distribuciones Continuas de Masa . . . 72
1.4. El Principio de Equivalencia y la Masa Gravitatoria . . . 73
1.5. Gradientes de Gravedad y el Tensor de Mareas . . . 73
1.6. Cuadros Comparativos y Línea del Tiempo . . . 74
1.7. Límites de Validez de la Teoría Newtoniana . . . 75
1.8. Análisis del Campo Gravitatorio en Medios Extendidos: La Multipolización . . . 75
1.9. Interacción Gravitatoria y Energía: Un Preludio . . . 75
1.10. Consideraciones sobre la Constante de Gravitación G . . . 76
2. Potencial gravitatorio y teorema de Gauss. . . . 76
2.1. El Campo Escalar de Potencial Gravitatorio . . . 76
2.2. Propiedades Matemáticas y Unicidad . . . 77
2.3. Teorema de Gauss para el Campo Gravitatorio . . . 77
2.4. Aplicaciones Estratégicas del Teorema de Gauss . . . 78
2.5. Energía de Auto-gravitación y Tensor de Esfuerzos . . . 80
2.6. Comparativa Conceptual: Campo vs. Potencial . . . 80
2.7. Líneas de Campo y Superficies Equipotenciales . . . 80
2.8. Resumen de la Formulación del Teorema de Gauss . . . 81
2.9. Implicaciones en la Mecánica Celeste y Geofísica . . . 81
3. Leyes de Kepler y órbitas. . . . 81
3.1. El problema de los dos cuerpos y la masa reducida . . . 82
3.2. Conservación del momento angular y la Segunda Ley de Kepler . . . 82
3.3. La ecuación de la órbita y la Primera Ley de Kepler . . . 83
3.4. El vector de Laplace-Runge-Lenz . . . 83
3.5. La Tercera Ley de Kepler: La Armonía de los Mundos . . . 84
3.6. Dinámica de órbitas y la Ecuación de Vis-Viva . . . 84
3.7. Elementos Orbitales y Anomalías . . . 85
3.8. Ejemplo de Aplicación: Transferencia Orbital de Hohmann . . . 85
3.9. Perturbaciones y desviaciones de las Leyes de Kepler . . . 86
3.10. Cronología de la Mecánica Orbital . . . 86
3.11. Conclusión de la sección . . . 87
4. Campo gravitatorio terrestre. . . . 87
4.1. El potencial gravitatorio de una distribución continua de masa . . . 87
4.2. El potencial de gravedad: Gravitación y fuerza centrífuga . . . 88
4.3. El Geoide y el Elipsoide de Referencia . . . 88
4.4. Achatamiento y el término J_2 . . . 88
4.5. Fórmulas de gravedad normal . . . 89
4.6. Anomalías de gravedad y reducciones . . . 89
4.7. Isostasia: Los modelos de Airy y Pratt . . . 89
4.8. Cronología del conocimiento del campo gravitatorio terrestre . . . 90
4.9. Ecuación de Laplace y Poisson en el contexto terrestre . . . 91
4.10. Variaciones temporales del campo gravitatorio . . . 91
4.11. Cuadro Comparativo: Gravedad y Potencial en distintas latitudes . . . 92
4.12. Técnicas de medición: Del péndulo a la gradiometría satelital . . . 92
4.13. Consideraciones sobre la densidad de la corteza . . . 92
4.14. Conclusión de la sección . . . 92

4. Tema 4: Mecánica de medios continuos **93**

1. Descripciones de Euler y Lagrange. . . . 93
1.1. La perspectiva material o de Lagrange . . . 93
1.2. La perspectiva espacial o de Euler . . . 94
1.3. Relación entre ambas descripciones: El mapa de configuración . . . 94
1.4. La derivada material o sustancial . . . 95
1.5. Cuadro comparativo de enfoques . . . 95
1.6. Ejemplo detallado: Análisis de un flujo unidimensional no estacionario . . . 95
1.7. Jacobiano y conservación de la masa . . . 97
1.8. Implicaciones en la formulación de leyes de conservación . . . 97
1.9. El Teorema de Transporte de Reynolds (Introducción conceptual) . . . 98
1.10. Consideraciones sobre la deformación . . . 98
1.11. Resumen de Aplicaciones Profesionales . . . 98
1.12. Perspectiva Histórica y Evolución del Concepto . . . 99
2. Tensor de deformación y tensor de esfuerzos. . . . 99
2.1. Cinemática de la deformación: El gradiente de deformación . . . 99
2.2. Medidas de deformación de Lagrange y Euler . . . 100
2.3. El concepto de esfuerzo y el Teorema de Cauchy . . . 101
2.4. Esfuerzos en la descripción material: Tensores de Piola-Kirchhoff . . . 101
2.5. Ecuaciones de compatibilidad . . . 102
2.6. Resumen de Tensores y sus Relaciones . . . 102
2.7. Ejemplo detallado: Tracción uniaxial con grandes deformaciones . . . 102
2.8. Interpretación geométrica de los invariantes . . . 104
2.9. Esfuerzos desviadores y presión . . . 104
2.10. Análisis de la rotación local: El tensor de espín . . . 104
2.11. Principios de objetividad y objetividad material . . . 104
2.12. Consideraciones finales sobre el tensor de esfuerzos de Piola-Kirchhoff . . . 105
3. Leyes de conservación y teorema de transporte. . . . 105
3.1. El Teorema de Transporte de Reynolds: Fundamentación y Derivación . . . 105
3.2. Conservación de la Masa: La Ecuación de Continuidad . . . 106
3.3. Conservación del Momento Lineal: Ecuaciones de Movimiento de Cauchy . . . 107
3.4. Conservación del Momento Angular y Simetría de σ . . . 107
3.5. Balance de Energía: El Primer Principio de la Termodinámica . . . 108
3.6. Segundo Principio: Desigualdad de Clausius-Duhem . . . 108
3.7. Resumen de las Ecuaciones de Balance . . . 109
3.8. Evolución Histórica de los Conceptos de Transporte . . . 110
3.9. Implicaciones del TTR en la Modelización Numérica . . . 110
3.10. Consideraciones sobre la Potencia de Deformación y Disipación . . . 110
3.11. Conclusión de la Sección . . . 111

5. Tema 5: Estática y cinemática de fluidos 113
1. Principios de Pascal y Arquímedes. . . . 113
1.1. El Principio de Pascal: Isotropía y Transmisión de la Presión . . . 113
1.2. El Principio de Arquímedes: Una Perspectiva de Integral de Superficie . . . 114
1.3. Estabilidad de Cuerpos Sumergidos y Flotantes . . . 115
1.4. Cuadro Comparativo: Pascal vs. Arquímedes . . . 115
1.5. Análisis de Fluidos en Sistemas No Inerciales . . . 115
1.6. El Papel de la Tensión Superficial en la Estática de Fluidos . . . 116
1.7. Cronología del Pensamiento Hidrostático . . . 117
1.8. Consideraciones sobre la Compresibilidad y Estratificación . . . 117
1.9. Efectos de Capilaridad y Adhesión en la Medida de Presión . . . 117
1.10. Resumen de la Aplicación en Medios Continuos . . . 118
2. Potencial de velocidades y función de corriente. . . . 118
2.1. El Campo de Velocidades Irrotacional: Potencial de Velocidades . . . 118
2.2. La Función de Corriente en Flujos Bidimensionales . . . 119
2.3. Ortogonalidad y Red de Flujo . . . 119
2.4. El Potencial Complejo . . . 120
2.5. Cuadro Comparativo: ϕ vs. ψ . . . 120
2.6. Desarrollo de un Ejemplo Práctico: Flujo Alrededor de un Cilindro con Circulación 120

2.7. Línea del Tiempo del Desarrollo de la Teoría de Potencial . . . 122
2.8. Limitaciones y Extensiones de la Teoría . . . 122
2.9. Analogías Físicas . . . 122
2.10. Ecuaciones de Cauchy-Riemann y Transformaciones Conformes . . . 123
2.11. Conclusión de la Sección . . . 123
2.12. Formulación en Coordenadas Tridimensionales y Axisimétricas . . . 123
2.13. Resumen de Relaciones Matemáticas Fundamentales . . . 123
3. Vorticidad, circulación y teorema de Kelvin. . . . 124
3.1. El Campo de Vorticidad: Definición y Propiedades Cinemáticas . . . 124
3.2. Circulación Cinemática . . . 125
3.3. El Teorema de Circulación de Kelvin . . . 125
3.4. Teoremas de Helmholtz para el Movimiento de Vórtices . . . 127
3.5. Dinámica de la Vorticidad: La Ecuación de Transporte . . . 127
3.6. Resumen de Diferencias entre Flujos Irrotacionales y Rotacionales . . . 127
3.7. Ejemplo Detallado: Evolución de un Anillo de Vorticidad y Verificación de Kelvin 127
3.8. Implicaciones en la Generación de Sustentación . . . 129
3.9. Vorticidad en Sistemas Baroclínicos: El Efecto de la Estratificación . . . 129
3.10. Cronología del Desarrollo de la Teoría de Vórtices . . . 129
3.11. La Paradoja de D'Alembert y la Resolución por Vorticidad . . . 129

6. Tema 6: Dinámica de fluidos 131
1. Ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes. . . . 131
1.1. El Principio de Conservación de la Masa: La Ecuación de Continuidad . . . 131
1.2. Dinámica del Movimiento: Las Ecuaciones de Cauchy . . . 132
1.3. La Relación Constitutiva de Stokes y el Fluido Newtoniano . . . 132
1.4. Las Ecuaciones de Navier-Stokes para Fluidos Compresibles . . . 133
1.5. El Caso Incompresible: Simplificación y Relevancia Práctica . . . 133
1.6. Cuadro Comparativo: Euler vs. Navier-Stokes . . . 134
1.7. Desarrollo Matemático de un Caso de Estudio . . . 134
1.8. Consideraciones sobre la No-Linealidad y Escalamiento . . . 135
1.9. Existencia, Unicidad y el Problema del Milenio . . . 136
1.10. Evolución Histórica de la Dinámica de Fluidos Viscosos . . . 136
1.11. Formulación en Coordenadas Curvilíneas . . . 136
1.12. Resumen de la Estructura de Resolución . . . 137
1.13. Consideraciones sobre la Viscosidad de Volumen . . . 137
1.14. Conclusión de la Sección . . . 137
2. Ecuación de Euler y Bernoulli. . . . 137
2.1. La Ecuación de Euler: Marco Diferencial del Fluido Invíscido . . . 138
2.2. Análisis de la Ecuación en Coordenadas Naturales . . . 138
2.3. La Identidad de Lamb-Gromeka y la Vorticidad . . . 139
2.4. Integración de la Ecuación de Euler: El Teorema de Bernoulli . . . 139
2.5. Flujo No Estacionario e Irrotacional: La Ecuación de Bernoulli Generalizada . . . 139
2.6. Bernoulli para Fluidos Compresibles . . . 140
2.7. La Paradoja de d'Alembert y las Limitaciones de Euler . . . 140
2.8. Cuadros Comparativos y Resúmenes Teóricos . . . 140
2.9. Derivación de la Ecuación de Euler en Coordenadas Curvilíneas . . . 142
2.10. El Papel de la Entalpía de Estancamiento . . . 142
2.11. Resumen de Aplicabilidad Fenomenológica . . . 142
2.12. Línea del Tiempo del Desarrollo de la Dinámica de Fluidos Ideales . . . 143
3. Regímenes laminar y turbulento. Número de Reynolds. . . . 143
3.1. Naturaleza de los Regímenes de Flujo . . . 143
3.2. El Número de Reynolds: Derivación y Significado Físico . . . 144
3.3. La Transición al Caos: Inestabilidad Hidrodinámica . . . 144
3.4. Análisis Estadístico de la Turbulencia y Descomposición de Reynolds . . . 145
3.5. Escalas de la Turbulencia y Cascada de Energía de Kolmogorov . . . 145
3.6. Perfil de Velocidades y Ley de la Pared . . . 146
3.7. Comparativa Detallada entre Regímenes . . . 147
3.8. La Influencia del Número de Reynolds en el Coeficiente de Arrastre . . . 147

3.9. Importancia en la Modelización Numérica (CFD) . . . 147
3.10. Evolución Histórica de la Comprensión de la Turbulencia . . . 148
3.11. Efectos de la Rugosidad Superficial . . . 148
3.12. Consideraciones Finales sobre la Disipación . . . 148

7. Tema 7: Oscilaciones **149**
1. Movimiento armónico simple. . . . 149
1.1. La universalidad del movimiento armónico: Linealización de potenciales . . . 149
1.2. Ecuación diferencial y soluciones fundamentales . . . 149
1.3. Análisis energético y el Teorema del Virial . . . 150
1.4. El Espacio de Fases: Una perspectiva topológica . . . 151
1.5. Formalismo complejo y representación fasorial . . . 151
1.6. Superposición de movimientos armónicos simples . . . 152
1.7. El oscilador armónico angular . . . 152
1.8. Ejemplo Detallado: Estabilidad Molecular y el Potencial de Lennard-Jones . . . 152
1.9. Límites de la aproximación armónica . . . 154
1.10. Resumen comparativo de sistemas armónicos . . . 154
1.11. El péndulo simple: Un estudio de caso en aproximaciones . . . 154
1.12. Relación con el Movimiento Circular Uniforme (MCU) . . . 154
1.13. Conclusión de la sección . . . 155
2. Oscilaciones amortiguadas y forzadas. . . . 155
2.1. El oscilador amortiguado: Disipación y regímenes de movimiento . . . 155
2.2. Energía y el factor de calidad Q . . . 156
2.3. Oscilaciones forzadas y resonancia . . . 156
2.4. Transferencia de potencia y ancho de banda . . . 157
2.5. Cuadro Comparativo de Regímenes y Parámetros . . . 158
2.6. Línea del tiempo del desarrollo teórico de las oscilaciones . . . 158
2.7. Análisis avanzado: La función de disipación de Rayleigh y Lagrangianos . . . 159
2.8. El espacio de fases y la topología del amortiguamiento . . . 159
2.9. Resonancia y absorción de energía: El ancho de línea . . . 159
2.10. Forzamiento no senoidal y la Integral de Duhamel . . . 160
2.11. Analogía Electromecánica . . . 160
2.12. Consideraciones finales sobre la no linealidad . . . 161
3. Resonancia y energía de las oscilaciones. . . . 161
3.1. Balance energético en el régimen estacionario . . . 161
3.2. Resonancia de amplitud vs. resonancia de energía . . . 162
3.3. El Factor de Calidad Q . . . 162
3.4. Análisis mediante Impedancia Mecánica . . . 163
3.5. Ejemplo Práctico: Resonador de Microbalanza de Cristal de Cuarzo (QCM) . . . 163
3.6. Resumen de la respuesta en frecuencia . . . 164
3.7. Consideraciones sobre la fase y la potencia reactiva . . . 164
3.8. El Principio de Incertidumbre en Osciladores Clásicos . . . 164
3.9. Resonancia paramétrica y no linealidad . . . 165
3.10. Cuadro Comparativo: Fenómenos de Resonancia en Diferentes Campos . . . 165
3.11. Conclusión de la sección . . . 165
3.12. Derivación formal del ancho de banda y Q . . . 165

8. Tema 8: Movimiento ondulatorio **167**
1. Ecuación de ondas y velocidad de propagación. . . . 167
1.1. Naturaleza del fenómeno ondulatorio: De la discreción al continuo . . . 167
1.2. Deducción de la ecuación de ondas en una dimensión . . . 167
1.3. Generalización tridimensional y el operador d'Alembertiano . . . 168
1.4. La solución de d'Alembert y la forma de la onda . . . 168
1.5. La velocidad de propagación en distintos medios materiales . . . 169
1.6. Velocidad de fase frente a velocidad de grupo: Dispersión . . . 169
1.7. Transporte de energía e intensidad . . . 170
1.8. Impedancia acústica y condiciones de contorno . . . 171
1.9. Efectos de la no linealidad: Una breve incursión . . . 171
1.10. Cronología del desarrollo de la teoría de ondas . . . 171

1.11. Consideraciones sobre la atenuación . . . 171
1.12. Resumen de conceptos clave . . . 172
2. Superposición, ondas estacionarias y modos normales. . . . 172
2.1. El Principio de Superposición Lineal y la Estructura del Espacio de Soluciones . . . 172
2.2. Interferencia y la Génesis de las Ondas Estacionarias . . . 172
2.3. Condiciones de Contorno y la Cuantización del Vector de Onda . . . 173
2.4. Formalismo de Sturm-Liouville y Orto-normalidad . . . 174
2.5. Condiciones de Contorno de Neumann y Robin . . . 174
2.6. Análisis Energético de los Modos Normales . . . 176
2.7. Cuadro Comparativo: Ondas Viajeras vs. Ondas Estacionarias . . . 176
2.8. Modos Normales en Dimensiones Superiores: Membranas y Cavidades . . . 177
2.9. Resonancia y Acoplamiento al Medio . . . 177
3. Efecto Doppler. . . . 178
3.1. Cinemática del Efecto Doppler Clásico: Ondas Mecánicas . . . 178
3.2. Análisis Vectorial y Efecto Doppler a Ángulos Arbitrarios . . . 179
3.3. El Efecto Doppler Relativista . . . 179
3.4. Cuadro Comparativo: Doppler Clásico vs. Relativista . . . 180
3.5. Ondas de Choque y el Ángulo de Mach . . . 180
3.6. Aplicaciones en la Instrumentación Avanzada y Geodesia . . . 181
3.7. Efecto Doppler en Medios Dispersivos . . . 182
3.8. Línea del Tiempo: Evolución Conceptual del Efecto Doppler . . . 182
3.9. Conclusión de la Sección . . . 182

9. Tema 9: Campo electrostático 183
1. Ley de Coulomb y campo eléctrico. . . . 183
1.1. La Carga Eléctrica: Propiedades y Formalismo Cuántico-Clásico . . . 183
1.2. La Ley de Coulomb: Rigor Matemático y Análisis Crítico . . . 184
1.3. El Concepto de Campo Eléctrico ($\vec{E}$) . . . 184
1.4. Principio de Superposición y Distribuciones Continuas . . . 185
1.5. Líneas de Campo y Flujo Eléctrico . . . 185
1.6. Análisis Comparativo y Cronología de Desarrollo . . . 185
1.7. Desarrollo de un Ejemplo Práctico de Alta Complejidad . . . 186
1.8. Extensión al Espacio de Hilbert y Formalismo de Operadores . . . 187
1.9. Efectos de la Polarización y el Medio . . . 188
1.10. Conclusión de la Sección y Transición . . . 188
1.11. Resumen de Fórmulas Clave . . . 188
2. Teorema de Gauss y potencial eléctrico. . . . 189
2.1. El flujo del campo eléctrico y el Teorema de Gauss . . . 189
2.2. Simetría y aplicaciones avanzadas . . . 190
2.3. Naturaleza conservativa del campo electrostático . . . 190
2.4. El Potencial Eléctrico (Φ) . . . 191
2.5. Ejemplo detallado: Análisis de una esfera de carga no uniforme . . . 191
2.6. Superficies equipotenciales y líneas de campo . . . 192
2.7. Expansión multipolar del potencial . . . 193
2.8. Cuadros Resumen y Comparativas . . . 193
2.9. Energía del campo electrostático . . . 194
2.10. Discontinuidades en las fronteras . . . 194
2.11. Conclusión de la sección . . . 194
3. Conductores, dieléctricos y energía electrostática. . . . 195
3.1. Conductores en equilibrio electrostático . . . 195
3.2. Dieléctricos y el vector de polarización . . . 196
3.3. Energía electrostática . . . 197
3.4. Línea del tiempo del desarrollo conceptual . . . 199
3.5. Análisis avanzado: El tensor de permitividad . . . 199
3.6. El teorema de unicidad en presencia de conductores y dieléctricos . . . 200
3.7. Fuerzas sobre medios dieléctricos: El tensor de esfuerzos de Maxwell . . . 200
3.8. Consideraciones termodinámicas de la energía electrostática . . . 200

10. Tema 10: Campo magnetostático 201

1. Fuerza de Lorentz y movimiento de cargas. . . . 201
1.1. La ley de fuerza de Lorentz: Un enfoque unificado . . . 201
1.2. Dinámica de partículas cargadas en campos magnéticos uniformes . . . 202
1.3. Movimiento en campos cruzados: El filtro de velocidades y el Efecto Hall . . . 203
1.4. Fuerza sobre conductores con corriente: Ley de Laplace . . . 204
1.5. Momentos de fuerza y energía potencial sobre espiras de corriente . . . 204
1.6. Movimiento en campos no uniformes: El concepto de espejo magnético . . . 204
1.7. Ejemplo detallado: Análisis de un Espectrómetro de Masas de Doble Enfoque . . . 205
1.8. El movimiento de deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ . . . 206
1.9. Resumen de trayectorias según la configuración de campos . . . 206
1.10. Implicaciones en la termodinámica de sistemas magnetizados . . . 206
2. Ley de Biot-Savart y ley de Ampère. . . . 206
2.1. La Ley de Biot-Savart: El enfoque diferencial e integral . . . 207
2.2. Estructura Matemática: Derivación de la Divergencia y el Rotacional . . . 207
2.3. Ley de Ampère en forma integral . . . 208
2.4. Comparativa Crítica: Biot-Savart vs. Ampère . . . 209
2.5. Aplicación Práctica: Análisis de un Conductor Cilíndrico con Densidad de Corriente No Uniforme . . . 209
2.6. Límites de Validez y la Ecuación de Continuidad . . . 210
2.7. El Campo de un Segmento de Corriente Rectilíneo . . . 210
2.8. Consideraciones sobre el Medio Material . . . 211
2.9. Resumen de Relaciones Matemáticas . . . 211
2.10. Hacia el Potencial Magnético . . . 211
3. Potenciales magnéticos y energía magnetostática. . . . 211
3.1. El Potencial Vector Magnético $\mathbf{A}$ . . . 212
3.2. Interpretación física y expansión multipolar . . . 212
3.3. El Potencial Escalar Magnético Φ_m . . . 213
3.4. Energía Magnetostática: Enfoque desde las Corrientes . . . 213
3.5. Energía Almacenada en el Campo . . . 214
3.6. Inductancia y Coeficientes de Acoplamiento . . . 214
3.7. Cuadros Comparativos y Resúmenes Técnicos . . . 215
3.8. Fuerzas y Torques en función de la Energía . . . 216
3.9. Líneas de tiempo en el desarrollo del concepto de Potencial . . . 216
3.10. Consideraciones sobre la Energía en Medios Magnéticos . . . 216
3.11. Conclusión de la Sección . . . 217

11. Tema 11: Electromagnetismo **219**
1. Inducción electromagnética y ley de Faraday-Lenz. . . . 219
1.1. El concepto de flujo magnético y la fenomenología de Faraday . . . 219
1.2. Naturaleza de la Fuerza Electromotriz (fem) . . . 220
1.3. La Ley de Lenz y la Conservación de la Energía . . . 220
1.4. Formulación Matemática Rigurosa . . . 220
1.5. Forma Diferencial: La Ecuación de Maxwell-Faraday . . . 221
1.6. Inducción y Potencial Vector . . . 221
1.7. Cronología del desarrollo del electromagnetismo dinámico . . . 222
1.8. Análisis comparativo: Campos Conservativos vs. Inducidos . . . 222
1.9. Ejemplo de Aplicación: Espira en un Campo Magnético Oscilante y Gradiente Espacial . . . 222
1.10. Inductancia y Energía en el Proceso de Inducción . . . 223
1.11. Consideraciones sobre la validez de la Ley de Faraday . . . 224
1.12. Corrientes de Foucault y sus aplicaciones en ingeniería . . . 224
2. Ecuaciones de Maxwell. . . . 225
2.1. La insuficiencia de la Ley de Ampère y la corriente de desplazamiento . . . 225
2.2. Las Ecuaciones de Maxwell en el Vacío . . . 225
2.3. Ecuaciones de Maxwell en Medios Materiales . . . 226
2.4. Potenciales Electromagnéticos y la Invariancia de Gauge . . . 227
2.5. Condiciones de Contorno en Interfaces . . . 228
2.6. Formulación Covariante: El Tensor Electromagnético . . . 228

2.7. Cronología y Desarrollo Conceptual . . . 228
2.8. Análisis de un Sistema Dinámico . . . 229
2.9. Consideraciones sobre la Simetría y Monopolos . . . 230
2.10. Energía y el Teorema de Poynting (Avance) . . . 230
2.11. Resumen de Conceptos Clave . . . 231
3. Teorema de Poynting y energía electromagnética. . . . 231
3.1. Fundamentos de la densidad de energía electromagnética . . . 231
3.2. Derivación formal del Teorema de Poynting . . . 231
3.3. Interpretación física y el vector de Poynting . . . 233
3.4. Cuadro Comparativo: Energía en Sistemas Electromagnéticos . . . 233
3.5. Teorema de Poynting en el dominio de la frecuencia (Fasores) . . . 233
3.6. Energía en medios dispersivos y con pérdidas . . . 234
3.7. El flujo de energía en un conductor cilíndrico: Un análisis detallado . . . 234
3.8. El Tensor de Esfuerzos de Maxwell y el momento electromagnético . . . 235
3.9. Línea del tiempo: Evolución del concepto de energía en Electromagnetismo . . . 236
3.10. Consideraciones en medios no lineales y ferroeléctricos . . . 236
3.11. Aplicación en guías de ondas y cavidades resonantes . . . 236
3.12. Resumen de fórmulas fundamentales . . . 236

12. Tema 12: Ondas electromagnéticas 239
1. Ecuación de ondas electromagnéticas. . . . 239
1.1. Derivación fundamental en el vacío . . . 239
1.2. Propagación en medios materiales lineales e isótropos . . . 240
1.3. Naturaleza vectorial y condiciones de transversalidad . . . 241
1.4. Ecuación de Helmholtz y el dominio de la frecuencia . . . 241
1.5. Potenciales y la ecuación de ondas inhomogénea . . . 242
1.6. Cronología del desarrollo de la teoría de ondas . . . 242
1.7. Comparativa de propagación en diferentes regímenes . . . 242
1.8. Ejemplo detallado: Propagación en un plasma frío y dispersivo . . . 242
1.9. El operador Laplaciano y la simetría de la solución . . . 243
1.10. Consecuencias Energéticas: Revisitando a Poynting . . . 244
1.11. Límites de validez de la ecuación de ondas clásica . . . 244
1.12. Resumen de la estructura matemática . . . 244
2. Ondas planas y esféricas. . . . 245
2.1. Ondas Planas Monocromáticas . . . 245
2.2. El Estado de Polarización en Ondas Planas . . . 246
2.3. Ondas Esféricas: La Naturaleza de las Fuentes Puntuales . . . 246
2.4. Comparativa Estructural: Onda Plana vs. Onda Esférica . . . 247
2.5. El Concepto de Espectro de Ondas Planas . . . 247
2.6. Ejemplo de Aplicación: Transición de Campo Cercano a Campo Lejano en una Antena Dipolar . . . 247
2.7. Impedancia de Onda y Medios Materiales . . . 248
2.8. Relación entre Ondas Esféricas y el Teorema de Kirchhoff . . . 248
2.9. Efecto Doppler en Ondas Planas y Esféricas . . . 249
2.10. Conclusión de la Sección . . . 249
3. Energía, momento y radiación. . . . 249
3.1. Energía, momento y radiación en el campo electromagnético . . . 249

13. Tema 13: Interferencia y difracción 257
1. Condiciones de interferencia. . . . 257
1.1. El Principio de Superposición y la Irradiancia Resultante . . . 257
1.2. Condiciones de Coherencia Temporal y Monocromaticidad . . . 258
1.3. Condiciones Vectoriales: Las Leyes de Fresnel-Arago . . . 258
1.4. Coherencia Espacial y Extensión de la Fuente . . . 258
1.5. Visibilidad de las Franjas y el Grado de Coherencia . . . 259
1.6. Cuadros Comparativos de las Condiciones de Interferencia . . . 260
1.7. El Papel de la Estadística en la Interferencia: Funciones de Correlación . . . 260
1.8. Interferencia de Ondas de Diferente Frecuencia: Batido Óptico . . . 260
1.9. Efectos de la Amplitud en la Visibilidad . . . 261

1.10. Conclusión de las Condiciones de Interferencia . . . 261
1.11. Resumen de Fórmulas Clave . . . 261
2. Difracción de Fresnel y Fraunhofer. . . . 261
2.1. El Fundamento Teórico: La Integral de Difracción de Kirchhoff . . . 262
2.2. La Aproximación de Fresnel: El Régimen de Campo Cercano . . . 262
2.3. La Aproximación de Fraunhofer: El Régimen de Campo Lejano . . . 263
2.4. Análisis de Aberturas Clásicas en Fraunhofer . . . 263
2.5. Transición entre Regímenes: El Número de Fresnel . . . 264
2.6. Cuadro Comparativo: Fresnel vs. Fraunhofer . . . 264
2.7. Profundización en la Difracción de Fresnel: La Integral en Coordenadas Polares . . . 265
2.8. Efectos de la Limitación de la Abertura en Sistemas Formadores de Imagen . . . 265
2.9. La Difracción de Fresnel y la Auto-imagen: El Efecto Talbot . . . 266
2.10. El Factor de Oblicuidad y la Validez de la Aproximación Escalar . . . 266
2.11. Resumen de la Transfomada de Fourier en Difracción . . . 266

14. Tema 14: Primer principio de la Termodinámica 267
1. Variables y funciones de estado. . . . 267
1.1. Definición y Clasificación de las Variables de Estado . . . 267
1.2. El Espacio de Estados y el Postulado de Estado . . . 268
1.3. Formalismo Matemático: Diferenciales Exactas e Inexactas . . . 268
1.4. Ecuaciones de Estado: De la Idealidad a la Realidad . . . 269
1.5. Equilibrio Termodinámico y su Relación con las Variables . . . 269
1.6. Energía Interna como Función de Estado Fundamental . . . 269
1.7. Ejemplo Detallado: Cálculo de Propiedades en un Gas de Van der Waals . . . 270
1.8. Dependencia Temporal y Estados de No-Equilibrio . . . 271
1.9. Resumen de Relaciones Matemáticas Fundamentales . . . 271
1.10. El Significado Físico de las Diferenciales Inexactas . . . 271
1.11. Cuadro Cronológico: Evolución del Concepto de Estado . . . 272
1.12. Consideraciones sobre Sistemas Abiertos . . . 272
1.13. La Entalpía como Función de Estado Alternativa . . . 272
1.14. Conclusión de la Sección . . . 273
2. Primer principio: energía interna, trabajo y calor. . . . 273
2.1. La Energía Interna (U): El Almacén Microscópico . . . 273
2.2. El Trabajo (W): Interacción Macroscópica Ordenada . . . 274
2.3. El Calor (Q): Interacción Estocástica y Térmica . . . 274
2.4. Enunciado Formal del Primer Principio . . . 275
2.5. Análisis de Procesos Fundamentales . . . 275
2.6. Cuadros Comparativos y Resumen . . . 275
2.7. Ejemplo Detallado: Compresión de un Gas Real con Disipación . . . 276
2.8. El Primer Principio en Sistemas Abiertos y Entalpía . . . 277
2.9. Diferenciales Inexactas y el Teorema de Pfaff . . . 277
2.10. Resumen de Aplicación Práctica . . . 278
3. Transformaciones politrópicas en gases ideales. . . . 278
3.1. Fundamentos matemáticos y relaciones de estado . . . 278
3.2. El Trabajo en Procesos Politrópicos . . . 279
3.3. El Balance Energético y el Calor Politrópico . . . 279
3.4. Casos Particulares y Diagramas de Estado . . . 280
3.5. Aplicaciones en Ingeniería y Modelado de Irreversibilidades . . . 280
3.6. Desarrollo de un Ejemplo Detallado . . . 281
3.7. Representación en el Plano Entrópico (Interpretación Avanzada) . . . 282
3.8. Polytropic Cooling y Eficiencia de Compresión . . . 282
3.9. Análisis de Estabilidad y Restricciones Físicas . . . 283
3.10. Resumen de Relaciones de Trabajo y Calor . . . 283
3.11. Conclusión de la Sección . . . 283

15. Tema 15: Segundo principio y entropía 285
1. Máquinas térmicas y ciclo de Carnot. . . . 285
1.1. Definición axiomática y fenomenológica de las máquinas térmicas . . . 285
1.2. El ciclo de Carnot: El límite ideal de la reversibilidad . . . 286

1.3. Derivación de la eficiencia de Carnot para un gas ideal . . . 286
1.4. Teoremas de Carnot y la escala termodinámica de temperatura . . . 287
1.5. Análisis crítico: Irreversibilidades y eficiencia en sistemas reales . . . 287
1.6. Cuadros comparativos y síntesis de conceptos . . . 288
1.7. El concepto de irreversibilidad y el Teorema de Clausius . . . 289
1.8. Perspectiva de la Termodinámica de Tiempo Finito . . . 289
1.9. Implicaciones filosóficas y físicas del Segundo Principio . . . 290
1.10. Resumen de ecuaciones fundamentales para el análisis de máquinas . . . 290
1.11. Sugerencias para ilustraciones conceptuales . . . 290
2. Teorema de Clausius y concepto de entropía. . . . 290
2.1. Generalización de la eficiencia de Carnot: El camino hacia la desigualdad de Clausius 291
2.2. Demostración formal del Teorema de Clausius . . . 291
2.3. La Entropía como función de estado . . . 292
2.4. Cambio de entropía en procesos irreversibles . . . 293
2.5. El Principio de aumento de entropía del universo . . . 293
2.6. Cuadro comparativo: Energía interna vs. Entropía . . . 293
2.7. Relaciones termodinámicas fundamentales . . . 293
2.8. Ejemplo detallado: Irreversibilidad en la transferencia de calor finita . . . 294
2.9. Interpretación estadística y microscópica: El puente de Boltzmann . . . 295
2.10. Eficiencia exergética y disponibilidad . . . 295
2.11. La Entropía en procesos de flujo (Volúmenes de Control) . . . 295
2.12. Consideraciones sobre la temperatura absoluta . . . 296
2.13. Cronología del desarrollo de la Segunda Ley . . . 296
2.14. Resumen de implicaciones físicas . . . 296
3. Irreversibilidad y principio de aumento de entropía. . . . 297
3.1. La naturaleza ontológica de la irreversibilidad . . . 297
3.2. La desigualdad de Clausius y la generación de entropía . . . 297
3.3. Principio de aumento de la entropía en sistemas aislados . . . 298
3.4. Mecanismos específicos de generación de entropía . . . 298
3.5. El Teorema de Gouy-Stodola: Entropía y Exergía . . . 299
3.6. Balance de entropía en sistemas abiertos . . . 299
3.7. Interpretación estadística y el teorema de fluctuación . . . 300
3.8. Resumen comparativo de procesos . . . 300
3.9. Evolución histórica del concepto de irreversibilidad . . . 300
3.10. Implicaciones cosmológicas y la “Muerte Térmica” . . . 301
3.11. Análisis avanzado: Irreversibilidad en procesos de flujo compresible . . . 301
3.12. Conclusión de la sección . . . 302

16. Tema 16: Formalismo termodinámico 303
1. Ecuación fundamental y representaciones termodinámicas. . . . 303
1.1. El espacio de configuración termodinámico y el concepto de ecuación fundamental 303
1.2. La representación de energía y los parámetros intensivos . . . 303
1.3. Propiedades matemáticas: Homogeneidad y el Teorema de Euler . . . 304
1.4. La relación de Gibbs-Duhem . . . 305
1.5. La representación de entropía . . . 305
1.6. Ejemplo práctico: Análisis de un gas de fotones en una cavidad . . . 306
1.7. Cuadro comparativo de representaciones . . . 307
1.8. La geometría del espacio de estados y la concavidad de la entropía . . . 307
1.9. Resumen cronológico del desarrollo del formalismo . . . 307
1.10. Intersección con otros potenciales: Transformaciones de Legendre . . . 307
1.11. Extensión a sistemas complejos . . . 308
1.12. Implicaciones del Principio de Homogeneidad en Sistemas Multicomponentes . . . 308
1.13. Consideraciones finales sobre la diferenciabilidad . . . 308
2. Potenciales termodinámicos. . . . 309
2.1. La base matemática: La transformada de Legendre . . . 309
2.2. Energía libre de Helmholtz (F) . . . 309
2.3. Entalpía (H) . . . 310
2.4. Energía libre de Gibbs (G) . . . 310

2.5. El Gran Potencial (Ω o Φ) . . . 311
2.6. Relaciones de Maxwell . . . 311
2.7. Funciones de Massieu-Planck: Potenciales en la representación de entropía . . . 312
2.8. Resumen comparativo de potenciales y relaciones de estabilidad . . . 313
2.9. Profundización en la Estabilidad Termodinámica . . . 313
2.10. El Cuadrado de Born: Una regla mnemotécnica . . . 313
2.11. Potenciales termodinámicos en sistemas complejos . . . 313
2.12. Cronología del desarrollo del formalismo . . . 314
2.13. Interpretación energética de los términos de Legendre . . . 314
2.14. Derivadas parciales y el formalismo de Jacobianos . . . 314
3. Condiciones de equilibrio y estabilidad. . . . 315
3.1. El principio de extremo en las representaciones de entropía y energía . . . 315
3.2. Condiciones generales de equilibrio termodinámico . . . 315
3.3. Estabilidad termodinámica intrínseca . . . 316
3.4. El Principio de Le Châtelier y Le Châtelier-Braun . . . 317
3.5. Resumen de criterios de estabilidad y sus implicaciones . . . 317
3.6. Análisis de estabilidad en el espacio de parámetros: La matriz Hessiana . . . 318
3.7. Inestabilidad y transiciones de fase . . . 319
3.8. Relaciones de Maxwell y Estabilidad . . . 319
3.9. Estabilidad en sistemas con campos externos . . . 319
3.10. Cuadro Resumen: El Camino hacia el Equilibrio . . . 320
3.11. Conclusión de la sección . . . 320

17. Tema 17: Cambios de fase **321**
1. Ecuación de Clausius-Clapeyron. . . . 321
1.1. Interpretación física y fenomenología de la pendiente . . . 322
1.2. La aproximación de Clausius para equilibrios líquido-vapor y sólido-vapor . . . 322
1.3. Análisis de las transiciones de fase de primer orden vs. orden superior . . . 323
1.4. Resumen de Comportamientos en las Fronteras de Fase . . . 323
1.5. El límite del Tercer Principio de la Termodinámica . . . 323
1.6. Desviaciones y correcciones en condiciones extremas . . . 324
1.7. Efecto de la presión sobre el punto de fusión en Geofísica . . . 325
1.8. Termodinámica de la nucleación y la curvatura . . . 325
1.9. Línea del tiempo del desarrollo teórico . . . 326
2. Cambios de fase de primer y segundo orden. . . . 326
2.1. Clasificación de Ehrenfest y transiciones de primer orden. . . . 326
2.2. Transiciones de fase de segundo orden o continuas. . . . 327
2.3. La Teoría de Landau de las Transiciones de Fase. . . . 328
2.4. Diferencias termodinámicas y fenomenológicas. . . . 329
2.5. Fluctuaciones y el fallo de la teoría de campo medio. . . . 329
2.6. Líneas del tiempo del desarrollo teórico de los cambios de fase. . . . 330
2.7. Dinámica de las transiciones: Nucleación vs. Descomposición Espinodal. . . . 330
2.8. Importancia de los potenciales químicos en el equilibrio de fase. . . . 330
2.9. Consideraciones finales sobre la dimensionalidad. . . . 331
2.10. Resumen de relaciones matemáticas fundamentales. . . . 331

18. Tema 18: Radiación electromagnética y cuerpo negro **333**
1. Procesos de emisión, absorción y dispersión. . . . 333
1.1. Microfísica de la interacción radiación-materia: Coeficientes de Einstein. . . . 333
1.2. Teoría de la Dispersión (Scattering). . . . 334
1.3. Ecuación de Transferencia Radiativa (RTE). . . . 334
1.4. Ensanchamiento de Líneas Espectrales. . . . 335
1.5. Ejemplo Detallado: Saturación de la Absorción en un Gas de Dos Niveles. . . . 335
1.6. Cuadros Resumidos y Comparativos. . . . 336
1.7. Relación entre Dispersión y Absorción: Relaciones de Kramers-Kronig. . . . 337
1.8. Procesos de Dispersión de Alta Energía. . . . 337
1.9. Implicaciones en el Cuerpo Negro y el Equilibrio Térmico. . . . 337
1.10. Dispersión en Medios Densos: Efectos de Coherencia. . . . 338
1.11. Consideraciones Finales sobre el Transporte de Energía. . . . 338

2. Radiación del cuerpo negro: leyes fundamentales. . . . 338
2.1. El equilibrio termodinámico y la Ley de Kirchhoff. . . . 338
2.2. La Ley de Stefan-Boltzmann: Una perspectiva termodinámica. . . . 339
2.3. La Ley de Desplazamiento de Wien. . . . 340
2.4. El fracaso de la física clásica: La catástrofe ultravioleta. . . . 340
2.5. La Revolución de Planck: Cuantización de la energía. . . . 340
2.6. Cuadro comparativo de las leyes de distribución. . . . 341
2.7. Conexión con los Coeficientes de Einstein. . . . 341
2.8. Propiedades matemáticas y derivaciones de las constantes. . . . 342
2.9. Cronología del desarrollo de la teoría de la radiación. . . . 342
2.10. Aplicación práctica: Caracterización de una fuente de radiación térmica industrial. 343
2.11. Importancia de la radiación de cavidad en la física experimental. . . . 344
2.12. Termodinámica de la radiación y Entropía. . . . 344
2.13. El límite de longitudes de onda largas y la radioastronomía. . . . 344
2.14. Consideraciones sobre la presión de radiación en astrofísica. . . . 345
2.15. Resumen de fórmulas clave para el cuerpo negro. . . . 345
3. Emisión térmica de cuerpos reales. . . . 345
3.1. La naturaleza de la emisividad: Definiciones y dependencias. . . . 345
3.2. Teoría electromagnética de la emisión: Relación con las ecuaciones de Maxwell. . . . 346
3.3. Comportamiento de metales frente a dieléctricos. . . . 347
3.4. La aproximación de cuerpo gris y sus peligros analíticos. . . . 347
3.5. Emisión de superficies rugosas y cavidades. . . . 347
3.6. Ejemplo desarrollado: Análisis de un componente de superaleación en una turbina de gas. . . . 348
3.7. Microestructuración y emisión térmica selectiva: El futuro de la termofotovoltaica. 349
3.8. Efectos de campo cercano (Near-field radiation). . . . 349
3.9. Resumen de leyes aplicables a cuerpos reales. . . . 349

Chapter 1

Tema 1: Mecánica del punto material

1. Sistemas de referencia. Vectores posición, velocidad y aceleración.

La descripción del movimiento de un punto material constituye el pilar fundamental sobre el cual se edifica la mecánica clásica. Desde una perspectiva formal y rigurosa, un punto material es una abstracción matemática que representa un cuerpo cuyas dimensiones espaciales son despreciables frente a las distancias involucradas en el fenómeno dinámico bajo estudio. Esta idealización permite concentrar toda la masa del objeto en un punto geométrico, simplificando el análisis a la evolución temporal de sus coordenadas en un espacio métrico.

1.1. El Espacio Afín y el Sistema de Referencia

Para caracterizar la posición de un punto material, es imperativo establecer un sistema de referencia. Matemáticamente, modelamos el espacio físico como un espacio afín euclídeo de tres dimensiones, denotado por $\mathcal{E}^3$, asociado a un espacio vectorial real V dotado de un producto escalar. Un sistema de referencia S queda definido por un origen $O \in \mathcal{E}^3$ y una base $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ de V.

En la práctica de la ingeniería y la física avanzada, la elección del sistema de referencia no es trivial y depende intrínsecamente de la simetría del problema. No debemos confundir el sistema de coordenadas con el sistema de referencia; mientras que el segundo define el estado de reposo o movimiento del observador, el primero es simplemente el lenguaje analítico empleado para etiquetar los puntos del espacio.

- **Sistemas Inerciales:** Aquellos en los que se cumplen las leyes de Newton sin necesidad de introducir fuerzas ficticias. Están vinculados por transformaciones de Galileo o, en un contexto más general, por el grupo de Poincaré si se considera la invariancia de la velocidad de la luz (fuera del alcance de este tema).
- **Sistemas No Inerciales:** Sistemas que presentan una aceleración (lineal o angular) respecto a un sistema inercial. En ellos, la descripción del movimiento requiere la incorporación de términos correctivos debidos a la aceleración del propio sistema.

1.2. El Vector Posición

Sea un punto material P que se desplaza en el espacio. El vector posición $\vec{r}(t)$ se define como el vector que une el origen O del sistema de referencia con el punto P en un instante t dado:

$$\vec{r}(t) = \vec{OP}(t)$$

En una base ortonormal cartesiana $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, el vector posición se expresa como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Donde $x(t), y(t), z(t)$ son las funciones de trayectoria. La curva paramétrica definida por $\vec{r}(t)$ en el espacio se denomina trayectoria. Es crucial notar que la posición es una magnitud relativa al observador; un cambio en el origen O resulta en una traslación del vector: $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_O$.

Sistemas de Coordenadas Curvilíneas

Para problemas con simetría axial o esférica, las coordenadas cartesianas resultan ineficientes. Consideramos fundamental el dominio de las siguientes representaciones:

1. **Coordenadas Cilíndricas** (ρ, ϕ, z)**:** Útiles en sistemas con rotación alrededor de un eje. La relación con las cartesianas viene dada por $x = \rho\cos\phi$, $y = \rho\sin\phi$, $z = z$. El vector posición se escribe:

   $$\vec{r} = \rho\hat{u}_\rho + z\hat{u}_z$$

   Es vital observar que el vector unitario $\hat{u}_\rho$ depende del ángulo ϕ, por lo que su derivada temporal no es nula.

2. **Coordenadas Esféricas** (r, θ, ϕ)**:** Empleadas en problemas de fuerzas centrales (como la gravitación o la electrostática). Aquí, $x = r\sin\theta\cos\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, $z = r\cos\theta$. El vector posición es simplemente:

   $$\vec{r} = r\hat{u}_r$$

   donde toda la información angular está embebida en la dirección del vector unitario radial $\hat{u}_r$.

1.3. El Vector Velocidad

La velocidad se define como la derivada temporal del vector posición. Representa la tasa de cambio de la posición respecto al tiempo y, vectorialmente, es siempre tangente a la trayectoria en el punto $P(t)$.

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

En coordenadas cartesianas, dado que los vectores de la base son constantes en el tiempo, la derivación es directa:

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

Sin embargo, en sistemas de coordenadas móviles (curvilíneas), debemos aplicar la regla de la cadena considerando la variación de los vectores de la base. Por ejemplo, en coordenadas polares en el plano:

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(\rho\hat{u}_\rho) = \dot{\rho}\hat{u}_\rho + \rho\frac{d\hat{u}_\rho}{dt}$$

Utilizando las fórmulas de Poisson para la derivada de un vector unitario en rotación, donde $\frac{d\hat{u}_\rho}{dt} = \dot{\phi}\hat{u}_\phi$, obtenemos:

$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{u}_\rho + \rho\dot{\phi}\hat{u}_\phi$$

Aquí, $\dot{\rho}$ representa la velocidad radial (cambio en la distancia al origen) y $\rho\dot{\phi}$ representa la velocidad transversal o velocidad de rotación. El módulo de la velocidad, $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, donde s es el parámetro arco, se denomina celeridad o rapidez.

1.4. El Vector Aceleración

La aceleración es la derivada temporal del vector velocidad, o la segunda derivada del vector posición respecto al tiempo. Mide la variación tanto en el módulo como en la dirección de la velocidad.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

En el sistema cartesiano:

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

La complejidad aumenta en sistemas curvilíneos. Tomando de nuevo el caso de coordenadas polares y derivando la expresión de la velocidad previamente obtenida:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\dot{\rho}\hat{u}_\rho + \rho\dot{\phi}\hat{u}_\phi) = \ddot{\rho}\hat{u}_\rho + \dot{\rho}\dot{\hat{u}}_\rho + (\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{u}_\phi + \rho\dot{\phi}\dot{\hat{u}}_\phi$$

Sabiendo que $\dot{\hat{u}}_\rho = \dot{\phi}\hat{u}_\phi$ y $\dot{\hat{u}}_\phi = -\dot{\phi}\hat{u}_\rho$, tras agrupar términos obtenemos la expresión fundamental:

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{u}_\phi$$

Esta expresión es de vital importancia en la mecánica clásica, ya que revela componentes que no son intuitivas:

- **Aceleración radial ($\ddot{\rho}$):** Cambio en la velocidad radial.
- **Aceleración centrípeta ($-\rho\dot{\phi}^2$):** Siempre dirigida hacia el centro, debida al cambio de dirección de la velocidad.
- **Aceleración de Coriolis ($2\dot{\rho}\dot{\phi}$):** Surge de la interacción entre el movimiento radial y la rotación del sistema.
- **Aceleración transversal o angular ($\rho\ddot{\phi}$):** Debida a la variación de la velocidad angular.

1.5. Cuadro Comparativo de Representaciones Cinemáticas

A continuación se presenta un resumen de las expresiones de los vectores cinemáticos en los tres sistemas de coordenadas más utilizados en la mecánica de postgrado.

Sistema	**Posición $\vec{r}$**	**Velocidad $\vec{v}$**	**Aceleración $\vec{a}$**
Cartesiano	$x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	$\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$	$\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$
Cilíndrico	$\rho\hat{u}_\rho + z\hat{u}_z$	$\dot{\rho}\hat{u}_\rho + \rho\dot{\phi}\hat{u}_\phi + \dot{z}\hat{u}_z$	$(\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{u}_\phi + \ddot{z}\hat{u}_z$
Esférico	$r\hat{u}_r$	$\dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{u}_\phi$	*Ver desarrollo en texto*

1.6. Derivación Temporal de Vectores en Referenciales Móviles

Un concepto avanzado que el profesional debe dominar es la relación entre la derivada de un vector medida desde un sistema fijo S y un sistema móvil S'. Si el sistema S' tiene una velocidad angular instantánea $\vec{\omega}$ respecto a S, la derivada temporal de cualquier vector $\vec{A}$ cumple la identidad:

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{S'} + \vec{\omega} \times \vec{A}$$

Esta ecuación es la piedra angular para el estudio de la dinámica en sistemas no inerciales y para el análisis de sólidos rígidos que se verá en temas posteriores. Si aplicamos este operador a los vectores posición y velocidad, recuperamos de forma elegante todos los términos de aceleración relativa (Coriolis, centrípeta, Euler y arrastre).

1.7. Ejemplo Práctico Detallado: Trayectoria en una Espiral Cónica

Ejemplo 1.1. Consideremos un punto material que se desplaza sobre la superficie de un cono de semiángulo de apertura α. El movimiento se describe de tal forma que la distancia al vértice O (situado en el origen) aumenta linealmente con el tiempo, $r(t) = ct$, y el ángulo azimutal ϕ varía con una velocidad angular constante ω, es decir, $\phi(t) = \omega t$. El punto está constreñido a la superficie del cono, por lo que en coordenadas esféricas tenemos $\theta = \alpha$ (constante).

1. Determinación del vector posición: En coordenadas esféricas, el vector posición es:

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r = ct\hat{u}_r(\theta = \alpha, \phi = \omega t)$$

2. Cálculo de la velocidad: Derivamos $\vec{r}(t)$ respecto al tiempo:

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{u}_\phi$$

Dado que $\dot{r} = c$, $\dot{\theta} = 0$, $\dot{\phi} = \omega$ y $\theta = \alpha$:

$$\vec{v} = c\hat{u}_r + (ct)\omega\sin\alpha\hat{u}_\phi$$

Interpretación: La velocidad tiene una componente constante c que aleja al punto del origen a lo largo de la generatriz del cono, y una componente transversal que crece linealmente con el tiempo, responsable del giro.

3. Cálculo de la aceleración: Utilizamos la expresión general de la aceleración en coordenadas esféricas:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\hat{u}_\theta + (r\ddot{\phi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta)\hat{u}_\phi$$

Sustituyendo nuestros valores ($\ddot{r} = 0$, $\dot{\theta} = 0$, $\ddot{\theta} = 0$, $\dot{\phi} = \omega$, $\ddot{\phi} = 0$):

- Componente radial a_r: $0 - 0 - (ct)\omega^2\sin^2\alpha = -ct\omega^2\sin^2\alpha$
- Componente polar a_θ: $0 + 0 - (ct)\omega^2\sin\alpha\cos\alpha = -ct\omega^2\sin\alpha\cos\alpha$
- Componente azimutal a_ϕ: $0 + 2c\omega\sin\alpha + 0 = 2c\omega\sin\alpha$

Por tanto:

$$\vec{a} = (-ct\omega^2\sin^2\alpha)\hat{u}_r + (-ct\omega^2\sin\alpha\cos\alpha)\hat{u}_\theta + (2c\omega\sin\alpha)\hat{u}_\phi$$

Análisis de resultados: La aceleración radial es puramente centrípeta (hacia el eje del cono). La componente a_θ surge para mantener al punto sobre la superficie cónica ante la rotación. Finalmente, a_ϕ es una aceleración de Coriolis pura, proporcional a la velocidad de alejamiento c y a la velocidad angular ω. Este ejemplo ilustra cómo un movimiento aparentemente simple genera términos de aceleración complejos en las tres direcciones del espacio.

1.8. Consideraciones sobre la Diferenciabilidad y Continuidad

Desde el rigor del análisis matemático, para que los vectores velocidad y aceleración existan, la función $\vec{r}(t)$ debe ser de clase C^1 y C^2 respectivamente. En la física real, las discontinuidades en la velocidad implican fuerzas infinitas (impulsos), lo cual es una idealización de procesos de colisión muy breves.

Un punto de especial interés para el postgrado es el concepto de *hodógrafa*. La hodógrafa es el lugar geométrico de los extremos de los vectores velocidad trasladados a un origen común. La "velocidad" con la que el extremo del vector velocidad recorre la hodógrafa es, por definición, el vector aceleración. El

estudio de la geometría de la hodógrafa permite obtener soluciones analíticas elegantes en problemas de campos de fuerzas centrales, donde la hodógrafa de una órbita Kepleriana resulta ser, curiosamente, una circunferencia.

1.9. Transformaciones entre Sistemas de Referencia en Movimiento Relativo

Cuando analizamos el movimiento desde dos sistemas de referencia, S (fijo) y S' (móvil), es fundamental establecer las ecuaciones de transformación. Sea $\vec{R}_O(t)$ el vector posición del origen de S' respecto a S, y sea $\vec{\omega}(t)$ la velocidad angular de S' respecto a S.

Para un punto P, su posición en S es $\vec{r}$ y en S' es $\vec{r}'$, vinculadas por:

$$\vec{r} = \vec{R}_O + \vec{r}'$$

Al derivar respecto al tiempo para obtener la velocidad en el sistema inercial S ($\vec{v}_a$, velocidad absoluta) en términos de la velocidad medida en S' ($\vec{v}_r$, velocidad relativa):

$$\vec{v}_a = \vec{V}_O + \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

Donde $\vec{V}_O$ es la velocidad del origen de S'. El término $\vec{V}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}'$ se denomina *velocidad de arrastre*.

Para la aceleración absoluta $\vec{a}_a$, derivamos de nuevo obteniendo el Teorema de Coriolis:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_O + \vec{a}_r + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

Este desglose es esencial:

1. $\vec{a}_O$: Aceleración del origen del sistema móvil.
2. $\vec{a}_r$: Aceleración relativa observada en S'.
3. $\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}'$: Aceleración transversal o de Euler (debida a la aceleración angular).
4. $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$: Aceleración centrípeta.
5. $2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$: Aceleración de Coriolis, que solo aparece si el punto se mueve respecto al sistema móvil.

1.10. Resumen de Relaciones cinemáticas

Para consolidar los conceptos, es útil visualizar la jerarquía de las magnitudes vectoriales y su dependencia del tiempo.

- **Cero-orden (Estática):** Vector posición $\vec{r}$. Define la configuración en el espacio de configuración $\mathcal{Q}$.
- **Primer-orden (Cinemática lineal):** Vector velocidad $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$. Define el estado de movimiento y es un vector perteneciente al espacio tangente $T_P\mathcal{Q}$.
- **Segundo-orden (Dinámica):** Vector aceleración $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$. Relaciona la cinemática con la cinética a través de la segunda ley de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$.
- **Tercer-orden (Jerk/Sobresalto):** Vector $\vec{j} = \dddot{\vec{r}}$. Aunque menos común en libros de texto básicos, es crítico en el diseño de levas, trenes de alta velocidad y robótica para minimizar el desgaste mecánico y asegurar el confort.

1.11. Aplicaciones en Ingeniería y Geofísica

El entendimiento profundo de estos sistemas de referencia no es puramente académico. Por ejemplo:

- **Balística de largo alcance:** La aceleración de Coriolis $2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ (donde $\vec{\omega}$ es la rotación terrestre) desvía los proyectiles hacia la derecha en el hemisferio norte, un efecto que debe ser corregido en los sistemas de guiado.

- **Meteorología:** El giro de los vientos en torno a las bajas presiones (ciclones) está gobernado por el equilibrio entre la fuerza del gradiente de presión y la aceleración de Coriolis.
- **Navegación Inercial (INS):** Los acelerómetros de un avión miden $\vec{a}_a$. Mediante integración numérica sucesiva (teniendo en cuenta la rotación de la Tierra y la gravedad local), el sistema calcula la velocidad y la posición actual sin necesidad de referencias externas como el GPS.

1.12. Conclusión de la Sección

La descripción del movimiento de un punto material mediante vectores posición, velocidad y aceleración en diferentes sistemas de referencia proporciona el marco matemático necesario para toda la mecánica clásica. La transición de coordenadas cartesianas a curvilíneas y el uso de sistemas de referencia en rotación introducen términos cinemáticos de una complejidad técnica superior, pero con una interpretación física clara que permite abordar problemas reales. En la siguiente sección, profundizaremos en cómo estas magnitudes se descomponen de manera intrínseca a la propia trayectoria, independientemente del origen elegido, mediante el uso del triedro de Frenet-Serret.

Finalizamos recordando que la precisión en la definición de estos vectores es el único camino para evitar errores en la formulación de las ecuaciones de movimiento. El uso de notación compacta y el rigor en el manejo de las derivadas de vectores unitarios son las herramientas distintivas de un experto en mecánica del punto material.

2. Componentes intrínsecas de la aceleración y movimiento relativo.

En el estudio avanzado de la cinemática del punto material, la descripción del movimiento mediante coordenadas cartesianas fijas, aunque general, a menudo oscurece la física subyacente a la trayectoria. Para un investigador o profesional en ingeniería, resulta imperativo descomponer el vector aceleración en direcciones que tengan un significado geométrico directo respecto a la curva descrita por la partícula. De igual modo, la realidad física nos sitúa frecuentemente en entornos donde el observador no es inercial, lo que exige una formulación rigurosa del movimiento relativo. Esta sección profundiza en estas dos piedras angulares de la mecánica clásica.

2.1. Descripción Intrínseca del Movimiento: El Triedro de Frenet-Serret

Cuando una partícula describe una trayectoria curva en el espacio $\mathcal{E}^3$, podemos definir en cada punto de la misma un sistema de referencia local y móvil conocido como el triedro de Frenet-Serret. Este sistema es fundamental para entender cómo cambia la velocidad no solo en magnitud, sino en dirección.

Sea $\vec{r}(s)$ la parametrización de la trayectoria en función del parámetro arco s. Definimos el vector unitario tangente $\vec{u}_t$ como:

$$\vec{u}_t = \frac{d\vec{r}}{ds}$$

Dado que la velocidad se define como $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, y por la regla de la cadena $\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt}$, obtenemos que $\vec{v} = v\vec{u}_t$, donde $v = \dot{s}$ es la celeridad o rapidez de la partícula. Esta expresión es la base de la descomposición intrínseca: la velocidad siempre es tangente a la trayectoria.

Al derivar la velocidad respecto al tiempo para obtener la aceleración, surge la necesidad de evaluar la variación temporal de $\vec{u}_t$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{u}_t)}{dt} = \dot{v}\vec{u}_t + v\frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

Para resolver $\frac{d\vec{u}_t}{dt}$, recurrimos a la geometría diferencial. El vector $\frac{d\vec{u}_t}{ds}$ es perpendicular a $\vec{u}_t$ (debido a que $\vec{u}_t \cdot \vec{u}_t = 1$) y define la curvatura de la trayectoria κ. Se define el vector unitario normal $\vec{u}_n$ y el radio de curvatura ρ mediante la relación:

$$\frac{d\vec{u}_t}{ds} = \kappa\vec{u}_n = \frac{1}{\rho}\vec{u}_n$$

Aplicando nuevamente la regla de la cadena, $\frac{d\vec{u}_t}{dt} = \frac{d\vec{u}_t}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{v}{\rho}\vec{u}_n$. Sustituyendo en la expresión de la aceleración, obtenemos la descomposición fundamental:

$$\vec{a} = a_t\vec{u}_t + a_n\vec{u}_n = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n$$

Significado Físico de las Componentes

- **Aceleración Tangencial (a_t):** Representa la variación del módulo de la velocidad. Si $a_t > 0$, la partícula acelera en su trayectoria; si $a_t < 0$, frena. Es nula en movimientos circulares uniformes.
- **Aceleración Normal o Centripeta (a_n):** Representa el cambio en la dirección del vector velocidad. Siempre apunta hacia el centro de curvatura de la trayectoria. Su existencia es obligatoria en cualquier movimiento que no sea rectilíneo ($\rho \to \infty$).

El tercer vector del triedro, el vector binormal $\vec{u}_b = \vec{u}_t \times \vec{u}_n$, completa la base ortonormal. Aunque la aceleración no posee componente en $\vec{u}_b$ para una partícula puntual (el plano osculador contiene a $\vec{a}$), la evolución de $\vec{u}_b$ define la torsión τ de la curva, lo cual es crítico en el estudio de trayectorias espaciales complejas como hélices o maniobras aerodinámicas.

2.2. Cinemática del Movimiento Relativo

En la práctica profesional, a menudo medimos magnitudes desde plataformas en movimiento (vehículos, satélites, la propia Tierra). Es necesario establecer una relación formal entre un sistema de referencia fijo (inercial) $S\{O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ y un sistema de referencia móvil (no inercial) $S'\{O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'\}$.

Consideremos un punto P cuya posición en S es $\vec{r}$ y en S' es $\vec{r}'$. La relación posicional es:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$$

Donde $\vec{R}$ es el vector posición del origen O' respecto a O. Para derivar esta expresión respecto al tiempo, debemos notar que la derivada de un vector depende del sistema desde el cual se observa si el sistema móvil está rotando.

El Teorema del Transporte

Si $\vec{\omega}$ es la velocidad angular del sistema S' respecto a S, la derivada temporal de cualquier vector $\vec{A}$ visto desde S se relaciona con su derivada vista desde S' mediante el operador:

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{S'} + \vec{\omega} \times \vec{A}$$

Este resultado es fundamental. Aplicándolo al vector posición $\vec{r}'$, obtenemos la relación de velocidades:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

Donde:

- $\vec{v}_a = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S$ es la **velocidad absoluta**.
- $\vec{v}_r = \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{S'}$ es la **velocidad relativa** (la que mide el observador en S').
- $\vec{v}_e = \dot{\vec{R}} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$ es la **velocidad de arrastre** (la velocidad que tendría el punto P si estuviera rígidamente unido al sistema S').

Derivación de la Aceleración Relativa

Derivando nuevamente la expresión de la velocidad absoluta y aplicando sistemáticamente el teorema del transporte, obtenemos la ecuación general de la aceleración:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

Donde los términos se desglosan de la siguiente manera:

1. **Aceleración Relativa ($\vec{a}_r$):** Es la aceleración del punto P medida por el observador en S', es decir, $\left(\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}\right)_{S'}$.
2. **Aceleración de Arrastre ($\vec{a}_e$):** Es la aceleración que tendría el punto P si estuviera fijo en el sistema móvil. Su expresión es:

   $$\vec{a}_e = \ddot{\vec{R}} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

   Aquí, $\ddot{\vec{R}}$ es la aceleración lineal del origen móvil, $\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}'$ es la aceleración tangencial de arrastre y $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ es la aceleración centrípeta de arrastre.
3. **Aceleración de Coriolis ($\vec{a}_c$):** Un término de acoplamiento que surge solo cuando existe movimiento relativo dentro de un sistema en rotación:

   $$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

La comprensión de la aceleración de Coriolis es vital en geofísica y balística de largo alcance, ya que explica la deflexión de corrientes atmosféricas y oceánicas.

2.3. Comparativa de Marcos de Referencia y Componentes

A continuación, se presenta un cuadro comparativo para sintetizar la aplicación de estas componentes según el contexto del problema:

Característica	Componentes Intrínsecas	Movimiento Relativo
Objetivo	Analizar la dinámica sobre la trayectoria propia.	Relacionar observaciones entre distintos marcos de referencia.
Vectores Base	$\{\vec{u}_t, \vec{u}_n, \vec{u}_b\}$ (Móviles con la partícula).	$\{\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'\}$ (Móviles con el sistema de referencia).
Parámetros Clave	Curvatura (κ), Radio (ρ), Torsión (τ).	Velocidad angular ($\vec{\omega}$), Aceleración del origen ($\ddot{\vec{R}}$).
Aplicación Típica	Diseño de trazados ferroviarios, desgaste de neumáticos, fatiga en piezas curvas.	Navegación inercial, meteorología, dinámica de mecanismos complejos.

2.4. Profundización en la Aceleración de Coriolis

El término $2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ merece un análisis detallado. A diferencia de la aceleración centrípeta, que depende de la posición ($\vec{r}'$), la de Coriolis depende explícitamente de la velocidad relativa. En el hemisferio norte de la Tierra, un objeto que se mueve hacia el norte experimentará una aceleración hacia el este debido a la rotación terrestre ($\vec{\omega}$ apunta hacia el polo norte celeste). Este efecto no es una "fuerza" en el sentido de interacción física, sino una consecuencia cinemática de describir el movimiento en un sistema que rota bajo la partícula.

En ingeniería mecánica, la aceleración de Coriolis es responsable de esfuerzos adicionales en álabes de turbinas o en el flujo de fluidos a través de conductos rotativos (como en los medidores de caudal másicos de Coriolis).

Ejemplo 1.2. Consideremos un escenario de alta precisión en ingeniería robótica. Un brazo robótico telescópico está montado sobre una plataforma circular que rota con una velocidad angular constante $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$. El brazo se extiende de modo que una pequeña sonda (punto material P) se desplaza radialmente hacia afuera siguiendo una ley $r'(t) = bt^2$, donde b es una constante positiva. Además, la plataforma no solo rota, sino que se eleva verticalmente con una aceleración constante $a_0\vec{k}$.

Se desea determinar la aceleración absoluta de la sonda en términos de las componentes intrínsecas y relativas para evaluar el estrés en los actuadores.

Solución:

1. **Definición de sistemas:** Sea S el sistema fijo en el suelo. Sea S' el sistema solidario a la plataforma, con origen O' que se eleva. Los vectores base de S' son $\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k}\}$.

2. **Cinemática en S' (Relativa):** La posición en S' es $\vec{r}' = bt^2\vec{u}_r$.

La velocidad relativa es $\vec{v}_r = \frac{d\vec{r}'}{dt} = 2bt\vec{u}_r$.

La aceleración relativa es $\vec{a}_r = \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = 2b\vec{u}_r$.

3. **Movimiento del sistema S' (Arrastre):** El origen O' tiene una aceleración $\ddot{\vec{R}} = a_0\vec{k}$.

La velocidad angular es $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$, y como es constante, $\dot{\vec{\omega}} = 0$.

La aceleración de arrastre es:

$$\vec{a}_e = a_0\vec{k} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

Calculamos el doble producto vectorial:

$\vec{\omega} \times \vec{r}' = (\omega\vec{k}) \times (bt^2\vec{u}_r) = \omega bt^2\vec{u}_\theta$.

$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') = (\omega\vec{k}) \times (\omega bt^2\vec{u}_\theta) = -\omega^2 bt^2\vec{u}_r$.

Por tanto, $\vec{a}_e = -\omega^2 bt^2\vec{u}_r + a_0\vec{k}$.

4. **Término de Coriolis:**

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r = 2(\omega\vec{k}) \times (2bt\vec{u}_r) = 4\omega bt\vec{u}_\theta$$

5. **Aceleración Absoluta:** Sumando los términos:

$$\vec{a}_a = (2b - \omega^2 bt^2)\vec{u}_r + (4\omega bt)\vec{u}_\theta + a_0\vec{k}$$

6. **Análisis Intrínseco:** Para hallar las componentes intrínsecas, primero necesitamos la velocidad absoluta:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e = (2bt)\vec{u}_r + (\omega bt^2)\vec{u}_\theta + (v_{0z} + a_0 t)\vec{k}$$

Asumiendo $v_{0z} = 0$, el módulo de la velocidad es $v = \sqrt{(2bt)^2 + (\omega bt^2)^2 + (a_0 t)^2}$.

La aceleración tangencial se obtiene como $a_t = \frac{d}{dt}|\vec{v}_a|$.

La aceleración normal se obtiene como $a_n = \sqrt{|\vec{a}_a|^2 - a_t^2}$.

Este ejemplo ilustra cómo un movimiento aparentemente simple en un marco relativo (una extensión radial linealmente acelerada) se convierte en una trayectoria tridimensional compleja (una hélice cónica con paso variable) desde el punto de vista absoluto, con componentes de aceleración que deben ser compensadas por la estructura del robot.

2.5. El Radio de Curvatura en Trayectorias Generales

En problemas de diseño mecánico, es vital calcular el radio de curvatura ρ para determinar la aceleración normal y, por ende, la fuerza centrípeta necesaria para mantener el movimiento. Analíticamente, si la trayectoria viene dada por $\vec{r}(t)$, el radio de curvatura se calcula mediante la expresión:

$$\rho = \frac{|\vec{v}|^3}{|\vec{v} \times \vec{a}|}$$

Esta fórmula es extremadamente potente, ya que no requiere la parametrización por longitud de arco. Si el denominador $|\vec{v} \times \vec{a}|$ es cero, significa que la velocidad y la aceleración son colineales, lo que implica que el radio de curvatura es infinito y la trayectoria es localmente rectilínea.

Línea del tiempo del desarrollo conceptual

Para contextualizar la madurez de estos conceptos, es útil observar cómo evolucionó la comprensión de la aceleración:

- **Siglo XVII (Huygens y Newton):** Identificación de la naturaleza de la aceleración centrípeta en órbitas circulares. Newton establece que la fuerza es proporcional al cambio de movimiento.
- **1736 (Euler):** En su obra "Mechanica", Euler comienza a formalizar el uso de coordenadas intrínsecas para problemas de curvas.
- **1835 (Gaspard-Gustave de Coriolis):** Publicación del artículo "Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps". Define formalmente el término de aceleración complementaria que hoy lleva su nombre.
- **1847-1851 (Serret y Frenet):** Independientemente, desarrollan las fórmulas para el triedro móvil, cerrando el vínculo entre la cinemática y la geometría diferencial de curvas.

2.6. Cinemática del Sólido Rígido como Marco de Referencia

Aunque este tema se centra en el punto material, no podemos ignorar que los sistemas de referencia relativos suelen ser sólidos rígidos. La velocidad angular $\vec{\omega}$ caracteriza la rotación de la base $\{\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'\}$. Una propiedad crucial de $\vec{\omega}$ es que es un vector único para todo el sólido en un instante dado (teorema de Euler).

Si consideramos dos puntos cualesquiera A y B del sistema de referencia móvil S', sus velocidades absolutas están relacionadas por la ecuación fundamental de la cinemática del sólido rígido:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$$

Esta relación es consistente con nuestra definición de velocidad de arrastre. Si el punto material P está "atrapado" en el sólido, su velocidad relativa $\vec{v}_r$ es cero, y su velocidad absoluta es simplemente la velocidad de arrastre de ese punto del sólido.

2.7. Efectos de la Rotación Terrestre: Un Enfoque Práctico

La Tierra, actuando como un sistema S', tiene una velocidad angular $\omega \approx 7.29 \times 10^{-5}$ rad/s. A pesar de su pequeño valor, los efectos sobre largas distancias o tiempos prolongados son significativos:

1. **Desviación de proyectiles:** Un proyectil disparado hacia el norte en el hemisferio norte sufre una desviación hacia la derecha. Esto se debe a que su velocidad hacia el eje de rotación cambia su distancia al eje, requiriendo una fuerza (que no existe) para mantener su velocidad angular de arrastre.
2. **Péndulo de Foucault:** Este experimento es la prueba cinemática por excelencia de la rotación terrestre. El plano de oscilación del péndulo parece rotar para un observador terrestre, pero en realidad es el suelo el que rota bajo el plano de oscilación inercial del péndulo. El ritmo de rotación del plano es $\Omega = \omega \sin(\lambda)$, donde λ es la latitud.