Por qué así

HANDBOOK

Introducción a la Astronomía

El manual de bolsillo para repasar la asignatura antes del examen

Muestra gratuita · primeras 5 de 67 páginas

Juan Carlos del Río
Asignatura de 4.º del Grado en Matemáticas (UNED)
porqueasi.com · noviembre de 2026

Material de estudio elaborado de forma independiente a partir del temario. No es material oficial de la universidad ni está avalado por ella. Elaborado por el autor con ayuda de herramientas de inteligencia artificial; si encuentras un error, escribe a hola@porqueasi.com.

Esquemas de examen: Introducción a la Astronomía

8 de septiembre de 2026

1. Coordenadas astronómicas

1.1. La esfera celeste y la trigonometría esférica

La esfera celeste como esfera de radio unidad

Concepto. Al observar el cielo no percibimos distancias, solo *direcciones*. La astronomia de posicion aprovecha esta limitacion: sustituye cada astro por la semirrecta que va del observador O al astro y se queda con el punto donde esa semirrecta corta a una esfera de centro O y radio 1. Asi, cada direccion del espacio equivale a un vector unitario y toda la geometria del cielo se convierte en geometria sobre una esfera. El radio unidad no es una hipotesis fisica, sino una comodidad: las distancias reales son irrelevantes para las posiciones aparentes.

Definición 1 (Elementos basicos)**.**

- Circulo maximo*: interseccion de la esfera con un plano que pasa por O (radio 1). Hace el papel de la recta: por dos puntos no antipodas pasa uno solo y el arco menor es la geodesica. Dos circulos maximos siempre se cortan: no hay paralelas.*
- Circulo menor*: interseccion con un plano que no pasa por O; radio* $\cos\theta < 1$.
- Polos *de un circulo: los dos puntos de la perpendicular al plano por O.*
- Cenit Z *y* nadir Z' *(vertical del lugar);* horizonte *(circulo maximo de polo Z);* polos celestes P, P' *(eje de rotacion);* ecuador celeste *(circulo maximo de polo P);* meridiano del lugar *(pasa por Z y P, corta al horizonte en N y S);* verticales *(pasan por Z);* primer vertical *(perpendicular al meridiano, corta al horizonte en E y W).*

$$\cos d = \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2$$

- $d \in [0, \pi]$: distancia angular (arco menor de circulo maximo) entre dos puntos, en grados o radianes.
- $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$: vectores unitarios de las dos direcciones; adimensionales.
- Es la unica "distancia" de la esfera celeste: todo lo demas se deduce de ella.

Relacion clave (geometrica). El eje de rotacion forma con la vertical del lugar la colatitud $90° - \varphi$. En consecuencia: *la altura del polo celeste sobre el horizonte es igual a la latitud φ*, y el ecuador corta al meridiano a altura $90° - \varphi$ sobre el punto sur.

Ejemplo 1 (Distancia cenit–polo en Madrid)**.** *Madrid, $\varphi = 40{,}42°$ N. Tomamos ejes en el plano del meridiano: z hacia el cenit, x hacia el punto sur del horizonte. Entonces* $\mathbf{u}_Z = (0, 0, 1)$ *y, como P esta a altura φ sobre el norte,* $\mathbf{u}_P = (-\cos\varphi,\ 0,\ \sin\varphi)$.

Paso 1: $\cos d = \mathbf{u}_Z \cdot \mathbf{u}_P = \sin\varphi = \sin 40{,}42° = 0{,}6484$.

Paso 2: $d = \arccos 0{,}6484 = 49{,}58°$.

Paso 3: comprobacion geometrica, $d = 90° - \varphi = 90° - 40{,}42° = 49{,}58°$. *Coincide. La distancia cenital del polo es la colatitud.*

Estrategias y trucos para el examen

- No memorices: entiende que *todo* son direcciones. Si dudas de una relacion, dibuja el meridiano del lugar como una circunferencia con Z arriba, N y S en el horizonte y P a altura φ: casi todas las relaciones se leen del dibujo.

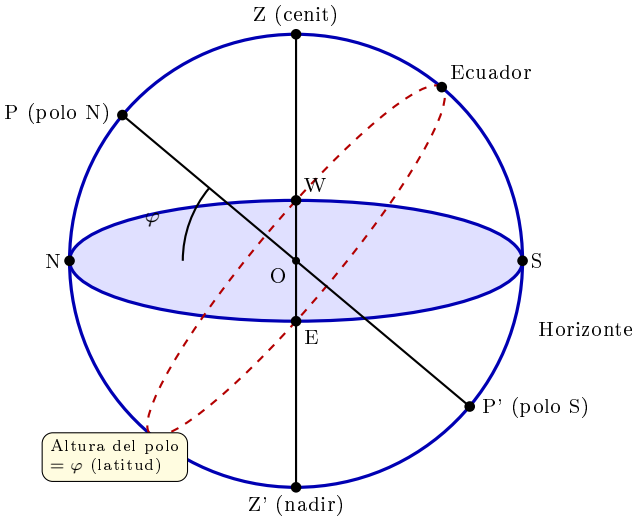


Figura 1: Esfera celeste vista desde fuera. El horizonte (elipse sombreada) tiene por polo el cenit Z; el ecuador celeste (elipse discontinua) tiene por polo P. El meridiano del lugar es el círculo exterior, que pasa por Z, P, N y S. La altura del polo sobre el horizonte, arco NP, es igual a la latitud del observador.

- Mnemotecnia: "altura del polo = latitud"; "altura del ecuador sobre el sur = colatitud". Con ellas se resuelven muchos apartados de un examen sin calculo.
- Comprobacion de coherencia: toda distancia angular debe salir en $[0°, 180°]$; si te sale negativa o mayor de $180°$, has confundido un angulo con su suplementario.
- Error caro: tratar el paralelo (circulo menor) como camino mas corto. El arco de circulo menor siempre es mas largo, salvo sobre el ecuador.

Esquema

- Esfera celeste = esfera unidad centrada en el observador; astro = vector unitario.
- Circulos maximos = "rectas"; circulos menores = paralelos.
- $\cos d = \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2$, con $d \in [0, \pi]$.
- Horizonte (polo Z) y ecuador (polo P); meridiano del lugar los une.
- Altura del polo = φ; distancia cenital del polo = $90° - \varphi$.

El triangulo esferico: elementos, propiedades y area

Concepto. Tres puntos A, B, C de la esfera no situados en un mismo circulo maximo determinan el *triangulo esferico* limitado por los tres arcos menores que los unen. Los *lados* a, b, c (opuestos a A, B, C) son los angulos centrales $\angle BOC$, $\angle COA$, $\angle AOB$; los

angulos A, B, C son los diedros entre los planos que concurren en cada vertice. Peculiaridad esencial: *los seis elementos son angulos*, con $0 < a, b, c < \pi$ y $0 < A, B, C < \pi$. Sobre una esfera de radio R, un lado a mide una longitud Ra (con a en radianes).

Propiedades.

1. $a < b + c$ (desigualdad triangular) y analogas.
2. $a + b + c < 2\pi$.
3. $\pi < A + B + C < 3\pi$.
4. A mayor lado se opone mayor angulo, y reciprocamente.
5. No hay semejanza: tres angulos determinan el triangulo (por la formula del coseno del triangulo polar $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$).

$$E = A + B + C - \pi, \qquad \mathcal{A} = R^2 E$$

- E: exceso esferico, **obligatoriamente en radianes**; $0 < E < 2\pi$.
- $\mathcal{A}$: area del triangulo (Girard, 1626); en la esfera unidad, $\mathcal{A} = E$ estereorradianes.
- R: radio de la esfera (km, m...); $\mathcal{A}$ sale en su cuadrado.

$$\tan\frac{E}{4} = \sqrt{\tan\frac{s}{2}\tan\frac{s-a}{2}\tan\frac{s-b}{2}\tan\frac{s-c}{2}}$$

- Formula de l'Huilier: da el exceso a partir de los *tres lados*, sin calcular angulos (analogo esferico de Heron).
- $s = (a + b + c)/2$: semiperimetro angular.

Demostracion abreviada de Girard. Un *huso* de angulo α tiene area 2α (proporcionalidad: $\alpha = 2\pi$ da 4π). Los tres circulos maximos del triangulo T generan seis husos H_A, H_B, H_C y sus antipodas, que recubren la esfera. En ese recubrimiento T se cuenta tres veces y su antipoda T' tambien, mientras que los otros seis triangulos se cuentan una vez; por tanto

$$2(2A + 2B + 2C) = 4\pi + 2\mathcal{A}(T) + 2\mathcal{A}(T'),$$

y como $\mathcal{A}(T') = \mathcal{A}(T)$, resulta $\mathcal{A}(T) = A + B + C - \pi$.

Ejemplo 2 (Area del octante terrestre)**.** *Triangulo equilatero de lados $a = b = c = 90°$ sobre la Tierra ($R = 6371$ km).*

Paso 1 (angulos): por la formula del coseno, $\cos A = (\cos a - \cos b \cos c)/(\sin b \sin c) = (0 - 0)/1 = 0$, *luego* $A = B = C = 90°$.

Paso 2 (exceso): $E = 270° - 180° = 90° = \pi/2 = 1{,}5708$ *rad.*

Paso 3 (area): $\mathcal{A} = R^2 E = (6371)^2 \cdot 1{,}5708 = 4{,}059 \cdot 10^7 \cdot 1{,}5708 = 6{,}376 \cdot 10^7$ km^2.

Paso 4 (comprobacion): un octante es $1/8$ *de la esfera,* $4\pi R^2/8 = 5{,}101 \cdot 10^8/8 = 6{,}376 \cdot 10^7$ km^2. *Coincide.*

Paso 5 (l'Huilier): $s = 135°$, $\tan 67{,}5° = 2{,}4142$, $\tan 22{,}5° = 0{,}41421$; $\tan(E/4) = \sqrt{2{,}4142 \cdot (0{,}41421)^3} = \sqrt{0{,}17157} = 0{,}41421$, *luego* $E/4 = 22{,}5°$ *y* $E = 90°$. *Confirmado.*

Estrategias y trucos para el examen

- Si te dan los *tres angulos*, Girard es inmediato; si te dan los *tres lados*, es mas rapido l'Huilier que resolver el triangulo y luego sumar.
- Error que cuesta puntos: dejar E en grados al multiplicar por R^2. Escribe siempre el paso "$E(\text{rad}) = E(°) \cdot \pi/180$".
- Orden de magnitud: compara tu area con $4\pi R^2$; el resultado debe ser una fraccion sensata de la esfera. Si supera $2\pi R^2$ (medio globo), hay error.
- Un triangulo pequeno respecto al radio es casi plano: $E \approx 0$ y el area tiende a la euclidea. Sirve como control cualitativo.
- Para poligonos de n lados: area $= \sum$ angulos $- (n-2)\pi$ (se triangula).

Esquema

- Seis elementos, todos angulares; lados = angulos centrales.
- $a < b + c$; $a + b + c < 2\pi$; $\pi < A + B + C < 3\pi$.
- Exceso $E = A + B + C - \pi$; area $= R^2 E$ con E en radianes.
- l'Huilier da E a partir de los lados.
- No hay triangulos semejantes: AAA determina el triangulo.

Formulas fundamentales: coseno, seno y cotangentes

Concepto. Tres relaciones bastan para resolver cualquier triangulo esferico. Se deducen con algebra vectorial situando los vertices como vectores unitarios. Lo importante no es memorizarlas aisladas, sino saber *que elementos liga cada una* y *cuando es ambigua*.

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

- Formula del coseno (al-Battani). Liga los *tres lados y un angulo*.
- Casos LAL (dos lados y el angulo comprendido $\to$ tercer lado) y LLL (tres lados $\to$ un angulo).
- Sin ambiguedad: arccos es inyectiva en $[0, \pi]$, justo el rango de lados y angulos.
- Imprecisa cerca de $0°$ y $180°$ (el coseno varia muy lentamente).
- Analogas por permutacion ciclica $a \to b \to c$, $A \to B \to C$.

Demostracion abreviada. Ejes con z hacia A y plano xz conteniendo a B:

$$\mathbf{a} = (0, 0, 1), \quad \mathbf{b} = (\sin c, 0, \cos c),$$

$$\mathbf{c} = (\sin b \cos A,\ \sin b \sin A,\ \cos b).$$

Entonces $\cos a = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$.

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

- Formula del seno. Liga *dos lados y sus angulos opuestos*.
- Precisa cerca de $0°$ y $180°$, donde falla el coseno.
- **Ambigua**: arcsin da x y $180° - x$; por si sola no decide.

Demostracion abreviada. Con los mismos ejes, el producto mixto vale

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = \sin b \sin c \sin A.$$

Es invariante por permutacion circular y no depende de los ejes, luego

$$\sin b \sin c \sin A = \sin c \sin a \sin B = \sin a \sin b \sin C;$$

dividiendo por $\sin a \sin b \sin c \neq 0$ se obtiene la formula.

$$\cos b\cos C = \sin b\cot a - \sin C\cot A$$

- Formula de las cotangentes o de los cinco elementos, para cuatro elementos consecutivos a, C, b, A (interiores C, b; exteriores a, A).
- Regla verbal: $\cos$(lado int.) $\cos$(ang. int.) $=$ $\sin$(lado int.) $\cot$(lado ext.) $-$ $\sin$(ang. int.) $\cot$(ang. ext.).
- Da un angulo sin pasar por el tercer lado; como devuelve una cotangente, *fija el cuadrante*. Es la que da el acimut.

Demostracion abreviada. Sustituir $\cos c$ (formula del coseno) dentro de la del coseno para a, agrupar el termino $\cos a(1-\cos^2 b) = \cos a\sin^2 b$, dividir por $\sin a\sin b$ y usar $\sin c/\sin a = \sin C/\sin A$.

Ejemplo 3 (Altura y acimut de Vega desde Madrid)**.** *Madrid* $\varphi = 40{,}42°$*; Vega* $\delta = 38{,}78°$*; angulo horario* $H = 30°$*. El triangulo de posicion tiene vertices* P*,* Z *y la estrella: lados* $PZ = 90° - \varphi$*,* P *estrella* $= 90° - \delta$*,* Z *estrella* $= z$ *(distancia cenital), y angulo en* P *igual a* H*.*

Paso 1 (coseno, sin ambiguedad):

$$\begin{aligned}\cos z &= \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H\\ &= (0{,}6484)(0{,}6264) + (0{,}7613)(0{,}7795)(0{,}8660)\\ &= 0{,}4062 + 0{,}5140 = 0{,}9202,\end{aligned}$$

luego $z = 23{,}05°$ *y la altura es* $h = 90° - z = 66{,}95°$*. Ademas* $\sin z = 0{,}3915$*.*

Paso 2 (seno, ambiguo): con A *el acimut contado desde el sur,*

$$\sin A = \frac{\cos\delta\sin H}{\sin z} = \frac{(0{,}7795)(0{,}5)}{0{,}3915} = 0{,}9955,$$

que da $A = 84{,}6°$ *o* $A = 95{,}4°$*. La formula del seno no decide.*

Paso 3 (cotangentes, decide):

$$\cot A = \frac{\sin\varphi\cos H - \cos\varphi\tan\delta}{\sin H},$$

$$\cot A = \frac{(0{,}6484)(0{,}8660) - (0{,}7613)(0{,}8033)}{0{,}5},$$

$$\cot A = \frac{0{,}5615 - 0{,}6115}{0{,}5} = -0{,}100 < 0.$$

Cotangente negativa $\Rightarrow$ *segundo cuadrante:* $A = 95{,}7°$ *al oeste del sur. La opcion* $84{,}6°$ *era falsa.*

Paso 4 (control): la estrella esta al oeste del meridiano $(H > 0)$ *y su declinacion supera* φ*, de modo que culmina al norte del cenit; es coherente que el acimut pase de* $90°$*.*

Estrategias y trucos para el examen

- Protocolo seguro: el *lado* desconocido, con el coseno (nunca ambiguo); el *angulo*, con seno *y* coseno (o cotangente) y atan2(sin, cos).
- Nunca cierres un resultado obtenido solo con arcsin. Es el error mas penalizado del tema.
- Si el resultado es un arco muy pequeno ($\cos d \approx 1$), el coseno pierde cifras: usa el semiverseno $\mathrm{hav}(d) = \sin^2(d/2)$ o la formula del seno.
- Mezcla de unidades: en ascension recta y angulo horario, $1^{\mathrm{h}} = 15°$, $1^{\mathrm{m}} = 15'$, $1^{\mathrm{s}} = 15''$. Convierte antes de tocar la calculadora.
- Elige la formula por lo que te dan: LAL o LLL $\to$ coseno; dos lados y sus opuestos $\to$ seno; acimut o angulo sin el tercer lado $\to$ cotangentes.

Esquema

- Coseno: 3 lados + 1 angulo; LAL y LLL; sin ambiguedad.
- Seno: 2 lados + 2 angulos opuestos; ambiguo (x y $180° - x$).
- Cotangentes: 4 elementos consecutivos; fija cuadrante; da el acimut.
- Regla de oro: seno y coseno juntos, y atan2.

Analogias de Delambre y Napier; triangulos rectangulos

Concepto. Las analogias son formas "multiplicativas" (pensadas para logaritmos) que hoy sirven sobre todo para *resolver el caso LAL sin ambiguedad* y para *comprobar* un triangulo ya resuelto. La regla de Napier condensa los triangulos rectangulos, omnipresentes en astronomia porque aparecen cada vez que dos circulos maximos se cortan perpendicularmente (meridiano y ecuador, primer vertical y horizonte).

$$\tan\tfrac{A+B}{2} = \frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}}\cot\tfrac{C}{2},$$

$$\tan\tfrac{A-B}{2} = \frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{a+b}{2}}\cot\tfrac{C}{2},$$

$$\tan\tfrac{a+b}{2} = \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{A+B}{2}}\tan\tfrac{c}{2}.$$

- Analogias de Napier: relacionan semisumas y semidiferencias de lados y angulos.
- Dadas a, b, C dan $A+B$ y $A-B$, y de ahi A y B *sin ambiguedad*; luego el seno da c.
- Se obtienen dividiendo entre si las analogias de Delambre, del tipo $\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{c}{2} = \cos\frac{a-b}{2}\cos\frac{C}{2}$.

$$\cos c = \cos a\cos b \qquad (C = 90°)$$

- "Pitagoras esferico": c es la hipotenusa (lado opuesto al angulo recto), a y b los catetos.
- Regla de Napier: se colocan en circulo a, b, $\overline{A}$, $\overline{c}$, $\overline{B}$, con la barra indicando complementario ($\overline{A} = 90° - A$). Para cualquier parte tomada como central: $\sin$(central) $= \prod\tan$(adyacentes) $= \prod\cos$(opuestas).

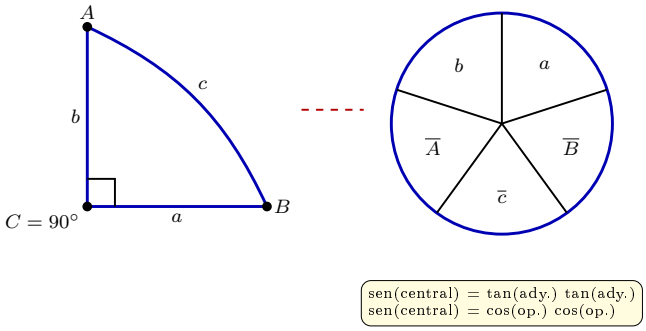


Figura 2: Triángulo esférico rectángulo (C = 90 grados) y círculo de Napier con las cinco partes circulares a, b, co-A, co-c, co-B. Tomando cualquier parte como central, su seno es el producto de las tangentes de las partes adyacentes y también el producto de los cosenos de las partes opuestas.

Ejemplos de la regla. Central $\overline{c}$, opuestas a, b: $\sin\overline{c} = \cos a\cos b$,

es decir, $\cos c = \cos a \cos b$. Central a, adyacentes $b, \overline{B}$: $\sin a = \tan b \cot B$. Central a, opuestas $\overline{c}, \overline{A}$: $\sin a = \sin c \sin A$, que es la formula del seno.

Ejemplo 4 (Triangulo rectangulo resuelto con Napier). *Sea* $C = 90°$, $a = 35°$, $b = 55°$. *Hallar* c, A, B.

Paso 1 (hipotenusa): $\cos c = \cos 35° \cos 55° = (0{,}8192)(0{,}5736) = 0{,}4699$, *luego* $c = 61{,}97°$.

Paso 2 (angulo B): central a, *adyacentes* b *y* $\overline{B}$: $\sin a = \tan b \cot B$, *de donde*

$$\tan B = \frac{\tan b}{\sin a} = \frac{1{,}4281}{0{,}5736} = 2{,}4897, \qquad B = 68{,}10°.$$

Paso 3 (angulo A): central b, *adyacentes* a *y* $\overline{A}$:

$$\tan A = \frac{\tan a}{\sin b} = \frac{0{,}7002}{0{,}8192} = 0{,}8547, \qquad A = 40{,}52°.$$

No hay ambiguedad: en un triangulo rectangulo cada cateto y su angulo opuesto son simultaneamente menores o mayores que $90°$, *y la tangente ya fija el cuadrante.*

Paso 4 (comprobacion con el seno):

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{0{,}5736}{0{,}6497} = 0{,}8829, \qquad \frac{\sin c}{\sin C} = \frac{0{,}8825}{1} = 0{,}8825.$$

Coinciden en tres cifras. Ademas $E = 40{,}52° + 68{,}10° + 90° - 180° = 18{,}62°$, *positivo como debe ser.*

Nota. Comparacion plano/esfera: suma de angulos π frente a $\pi + E$; area $\frac{1}{2}bc\sin A$ frente a R^2E; $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ frente a $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$; $c^2 = a^2 + b^2$ frente a $\cos c = \cos a \cos b$. Con $\cos x \approx 1 - x^2/2$ y $\sin x \approx x$, las formulas esfericas degeneran en las planas: la geometria plana es el limite de la esferica para triangulos pequenos.

Estrategias y trucos para el examen

- Mnemotecnia del circulo de Napier: ordena $a, b, \overline{A}, \overline{c}, \overline{B}$ saltandote C; "seno del medio = producto de tangentes de los de al lado = producto de cosenos de los de enfrente".
- Si el enunciado dice "perpendicular", "primer vertical", "culminacion" o "maxima digresion", busca el angulo recto: ahorra medio ejercicio.
- Usa las analogias de Napier como *comprobacion final*: si $A+B$ calculado con ellas coincide con la suma de tus angulos, el triangulo esta bien resuelto.
- Con las analogias, cuidado con el cuadrante de la semisuma: $\tan\frac{A+B}{2} < 0$ significa $\frac{A+B}{2}$ en el segundo cuadrante (pues $0 < A + B < 2\pi$).
- No hace falta memorizar las cuatro de Delambre: basta reconocerlas y saber que las de Napier salen de dividirlas.

Esquema

- Delambre y Napier: relaciones multiplicativas de semisumas y semidiferencias.
- Napier resuelve LAL sin ambiguedad y sirve de comprobacion.
- $C = 90°$: $\cos c = \cos a \cos b$ (Pitagoras esferico).
- Circulo de Napier $a, b, \overline{A}, \overline{c}, \overline{B}$: seno del central = tangentes adyacentes = cosenos opuestos.
- Triangulos pequenos $\Rightarrow$ formulas planas (limite euclideo).

1.2. Coordenadas horizontales, horarias y ecuatoriales

Coordenadas horizontales: lo que ve el observador

Concepto. Para decir *donde* esta un astro hay que fijar sobre la esfera un plano fundamental, un origen y un sentido. El sistema horizontal toma como plano fundamental el *horizonte* (polos Z y Z') y como origen el meridiano del lugar. Es el sistema de lo que realmente se mide con un teodolito o una montura acimutal, y por eso es imprescindible; su precio es que es *local* (depende del lugar, porque la vertical cambia) y *no uniforme en el tiempo* (el horizonte gira arrastrado por la rotacion terrestre).

Definición 2 (Coordenadas horizontales). *El* vertical *de* X *es el circulo maximo por* Z *y* X; *el* almicantarat *de* X *es el circulo menor paralelo al horizonte que pasa por* X.

- Altura $h \in [-90°, 90°]$: *arco del vertical entre el horizonte y* X, *positivo hacia arriba. Su complemento* $z = 90° - h \in [0°, 180°]$ *es la* distancia cenital *(arco* ZX*).*
- Acimut $A \in [0°, 360°)$: *diedro entre el plano del meridiano y el del vertical de* X, *medido sobre el horizonte.*

$$A_N = A + 180° \pmod{360°}$$

$$\cos A_N = -\cos A, \qquad \sin A_N = -\sin A$$

- A: acimut *astronomico*, desde el Sur hacia el Oeste (0° S, 90° W, 180° N, 270° E). Es el que usan las formulas de paso de esta seccion.
- A_N: acimut *geodesico* o de navegacion (y UAI desde 1982), desde el Norte hacia el Este (90° E, 180° S).
- Ambos crecen en el mismo sentido; solo difieren en el origen. Toda respuesta debe declarar el convenio.

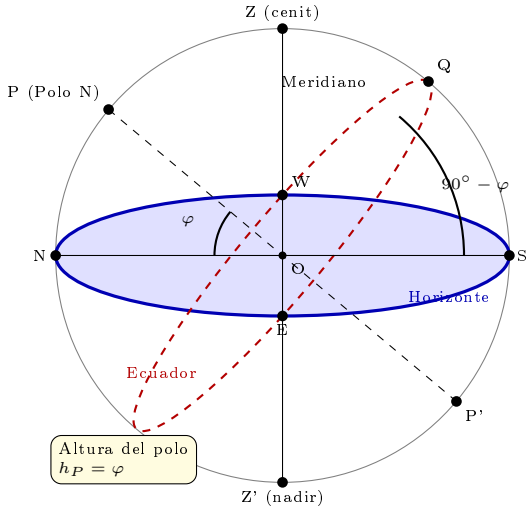


Figura 3: Esfera celeste local con horizonte (elipse azul), ecuador celeste (elipse roja discontinua), cenit Z, polo norte celeste P y meridiano del lugar. La altura del polo sobre el punto Norte es la latitud del observador, resultado que el texto demuestra y que ancla los dos sistemas de coordenadas.

Ejemplo 5 (Conversion de convenios). *Un teodolito da* $A_N = 239°52'$ *y* $h = 56°23'$ *para Aldebaran.*

Paso 1: $A = A_N - 180° = 59°52' = 59{,}87°$ *(desde el Sur hacia el Oeste): el astro esta en el Suroeste.*

Paso 2: $z = 90° - 56°23' = 33°37'$.

Paso 3 (control de signos): $\cos A = \cos 59{,}87° = 0{,}5019 > 0$ *y* $\cos A_N = -0{,}5019$, *como exige la relacion. Si se hubiera introducido* A_N *directamente en las formulas de paso, el acimut habria salido con un error de* $180°$, *el fallo mas frecuente del tema.*

Estrategias y trucos para el examen

- Antes de calcular nada, escribe en el margen que convenio usas. Si el enunciado da A_N, convierte inmediatamente.
- Comprobacion cualitativa: $\sin A > 0 \Rightarrow$ astro al Oeste (ya culmino); $\sin A < 0 \Rightarrow$ al Este.
- No confundas h (medida desde el horizonte) con z (desde el cenit): son complementarias, no iguales.
- El horizonte *astronomico* pasa por el observador; el visible depende del relieve y de la refraccion, que eleva las imagenes unos $34'$ cerca del horizonte.

Esquema

- Plano fundamental: horizonte; polos Z, Z'.
- (A, h) o (A, z), con $z = 90^\circ - h$.
- Convenio del libro: A desde el Sur hacia el Oeste.
- $A_N = A + 180^\circ$ (Norte hacia el Este).
- Depende del lugar y del instante.

Coordenadas horarias y ecuatoriales

Concepto. La esfera celeste parece girar en torno al eje PP' de Este a Oeste en un dia sidereo. Tomando como plano fundamental el *ecuador celeste* se obtiene primero el sistema *horario* (H, δ), en el que la declinacion es ya independiente del lugar y del tiempo y solo el angulo horario varia, y linealmente (15° por hora sidereal). Sustituyendo el origen Q (fijo respecto al observador) por el *punto Aries* γ (fijo respecto a las estrellas) se llega al sistema *ecuatorial* (α, δ), el de los catalogos: no depende ni del lugar ni del instante.

Definición 3 (Horarias y ecuatoriales). • Declinacion $\delta \in [-90^\circ, 90^\circ]$*: arco del circulo horario entre el ecuador y* X*; su complemento* $p = 90^\circ - \delta$ *es la* distancia polar.

- Angulo horario H*: diedro entre el meridiano del lugar y el circulo horario de* X*, medido sobre el ecuador* hacia el Oeste *(sentido del movimiento diurno).* $H < 0$*: al Este, aun no ha culminado;* $H > 0$*: al Oeste.*
- Ascension recta $\alpha \in [0^\mathrm{h}, 24^\mathrm{h})$*: medida desde* γ hacia el Este *(sentido directo).*

$$H = \theta - \alpha$$

$$1^\mathrm{h} = 15^\circ, \quad 1^\mathrm{m} = 15', \quad 1^\mathrm{s} = 15''$$

- θ*: tiempo sidereo local*, angulo horario del punto Aries (horas o grados).
- El signo menos procede de que α crece hacia el Este y H hacia el Oeste.
- Culminacion superior $\Leftrightarrow H = 0 \Leftrightarrow \theta = \alpha$.

Sistema	Coordenadas	Depende de
Horizontal	(A, h)	lugar y tiempo
Horario	(H, δ)	lugar y tiempo (H)
Ecuatorial	(α, δ)	nada

Ejemplo 6 (Del catalogo al angulo horario). *Betelgeuse,* $\alpha = 5^\mathrm{h}55^\mathrm{m}10^\mathrm{s}$*, observada cuando* $\theta = 2^\mathrm{h}40^\mathrm{m}00^\mathrm{s}$.

Paso 1: $H = \theta - \alpha = 2^\mathrm{h}40^\mathrm{m}00^\mathrm{s} - 5^\mathrm{h}55^\mathrm{m}10^\mathrm{s} = -3^\mathrm{h}15^\mathrm{m}10^\mathrm{s}$.

Paso 2 (a grados): $-3{,}25278^\mathrm{h} \times 15 = -48{,}79^\circ$*; equivalentemente* $H = 20^\mathrm{h}44^\mathrm{m}50^\mathrm{s}$.

Paso 3 (lectura): $H < 0$*, la estrella esta al Este del meridiano y* asciende*; faltan* $3^\mathrm{h}15^\mathrm{m}10^\mathrm{s}$ *de tiempo sidereo para su culminacion.*

Estrategias y trucos para el examen

- Convierte siempre horas a grados *antes* de tocar la calculadora, y comprueba que esta en modo grados.
- Usa $H \in (-180^\circ, 180^\circ]$: el signo te dice de un vistazo si el astro sube o baja, y evita errores de cuadrante.
- Mnemotecnia: α es de *archivo* (fija, hacia el Este); H es de *hora* (corre, hacia el Oeste).
- δ no cambia a lo largo del dia: si en un problema te sale distinta antes y despues, hay error de calculo.

Esquema

- Plano fundamental: ecuador celeste.
- Horarias (H, δ): δ fija, H crece 15°/hora hacia el Oeste.
- Ecuatoriales (α, δ): fijas; origen el punto Aries γ.
- Enlace: $H = \theta - \alpha$; $H = 0$ en la culminacion superior.

La altura del polo es la latitud

Concepto. Un unico parametro, la latitud φ, fija la posicion relativa del horizonte y del ecuador; por eso todas las formulas de paso contienen φ y ningun otro dato geografico.

$$h_P = \varphi, \qquad z_P = 90^\circ - \varphi, \qquad h_Q = 90^\circ - \varphi$$

- h_P: altura del polo norte celeste sobre el horizonte (grados).
- φ: latitud geografica, positiva al norte.
- h_Q: altura del punto Q en que el ecuador corta al meridiano por el lado sur.

Demostracion abreviada. La latitud es el angulo entre la vertical OZ y el plano del ecuador. Como OP es perpendicular a ese plano, el angulo ZOP vale $90^\circ - \varphi$, es decir, $z_P = 90^\circ - \varphi$ y $h_P = \varphi$. Ademas Z, P y Q estan en el meridiano y $PQ = 90^\circ$ (P es polo del ecuador), con P al norte y Q al sur del cenit; luego $z_Q = 90^\circ - z_P = \varphi$ y $h_Q = 90^\circ - \varphi$.

Ejemplo 7 (Latitud por altura meridiana). *Se mide la altura meridiana de Sirio (*$\delta = -16^\circ 43'$*) al Sur del cenit:* $h_{\mathrm{sup}} = 32^\circ 52'$.

Paso 1: $z_{\mathrm{sup}} = 90^\circ - 32^\circ 52' = 57^\circ 08'$.

Paso 2: como culmina al Sur, $\delta < \varphi$ *y* $z_{\mathrm{sup}} = \varphi - \delta$*, luego*

$$\varphi = \delta + z_{\mathrm{sup}} = -16^\circ 43' + 57^\circ 08' = 40^\circ 25'.$$

Paso 3 (coherencia): $\varphi - 90^\circ = -49^\circ 35' < \delta < 49^\circ 35' = 90^\circ - \varphi$*, luego Sirio sale y se pone desde alli: la medida es posible. Es la latitud de Madrid.*

Estrategias y trucos para el examen

- Este teorema es la clave de boveda: con el se dibuja bien la esfera local (P a φ sobre el Norte, ecuador a $90^\circ - \varphi$ sobre el Sur) y se resuelven de cabeza muchos apartados.
- Fundamento de la navegacion astronomica: medir la altura del polo es medir la latitud.
- Cuidado: la Polar no es el polo; dista unos $40'$ y su altura oscila $\pm 40'$ en torno a φ. Se promedia h_{sup} y h_{inf}: $\varphi = (h_{\mathrm{sup}} + h_{\mathrm{inf}})/2$.
- Comprobacion de coherencia: si tu φ sale fuera de $[-90^\circ, 90^\circ]$ has sumado donde tocaba restar.